FLUJOS EXTERNOS

FLUJOS EXTERNOS

- **CAPA LÍMITE**
- **RESISTENCIA DE SUPERFICIE**
- **RESISTENCIA DE FORMA**
- **RESISTENCIA TOTAL**
- **VELOCIDADES SUPERSÓNICAS**

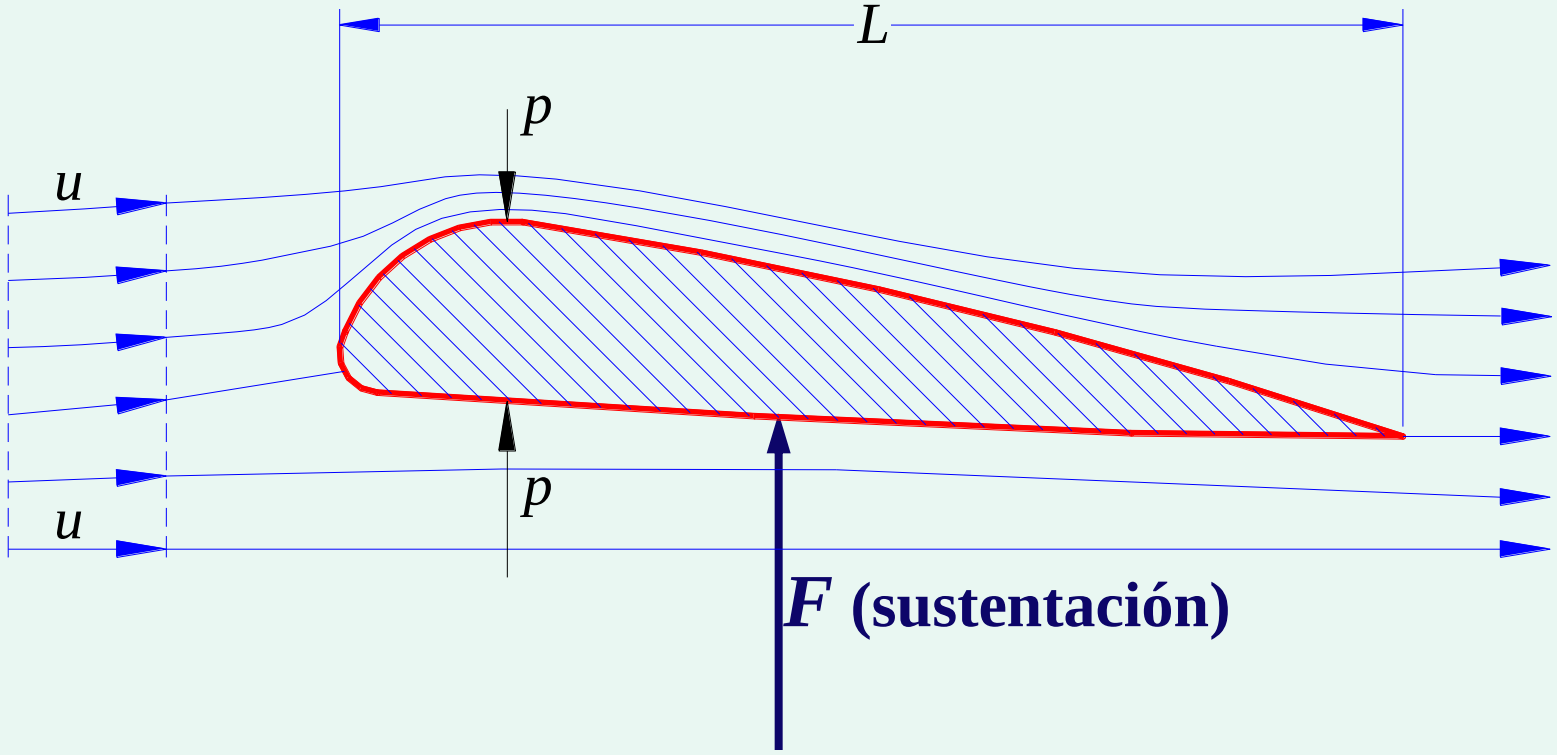
INTRODUCCIÓN

Cuando un ***contorno*** se mueve en el seno de un fluido, podemos imaginarlo fijo y el fluido moviéndose en sentido contrario. Es lo mismo a todos los efectos.

Aunque el flujo ***externo*** de un avión y el flujo ***interno***, en una tubería por ejemplo, parecen fenómenos muy diferentes, pueden estudiarse bajo criterios comunes, desde que ***Ludwig Prandtl*** introdujo en 1904 el concepto de ***capa límite***.

Fuerza de sustentación

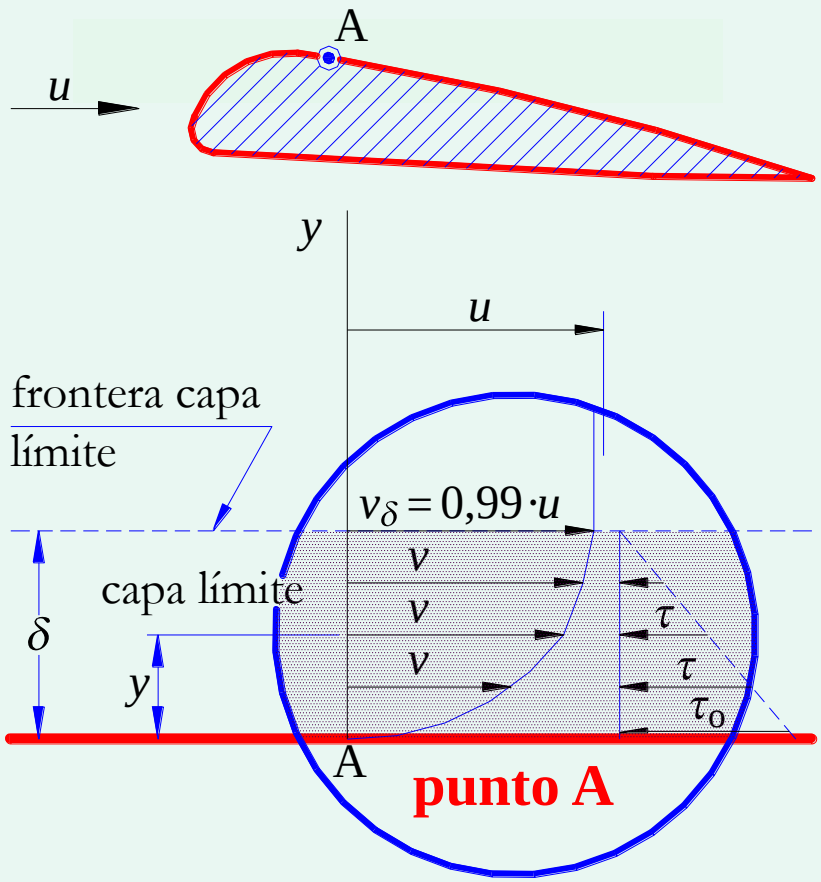
El ala del avión ha de diseñarse de manera que el flujo de aire por encima resulte convergente para que aumente su velocidad; ello implicaría una disminución de la presión, que sería menor que la de debajo. Queda pues una fuerza ***F*** ascendente.



Concepto de capa límite

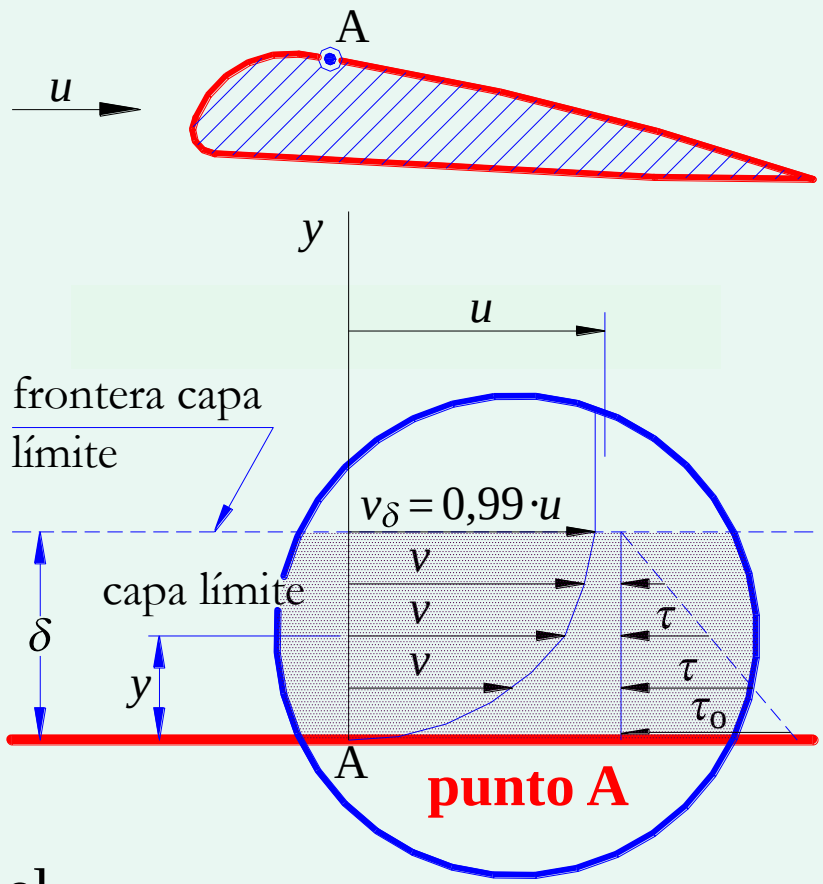
Si un cuerpo se moviera en el vacío o en un fluido ***no-viscoso*** se desplazaría sin esfuerzo ($\mu = 0$). Siendo el aire y el agua fluidos muy poco viscosos no se entendía cómo ofrecían tanta resistencia; a menos que el ***gradiente de velocidad*** en la pared fuera enorme:

$$\tau_o = \mu \cdot \left(\frac{dv}{dy} \right)_{y=0}$$



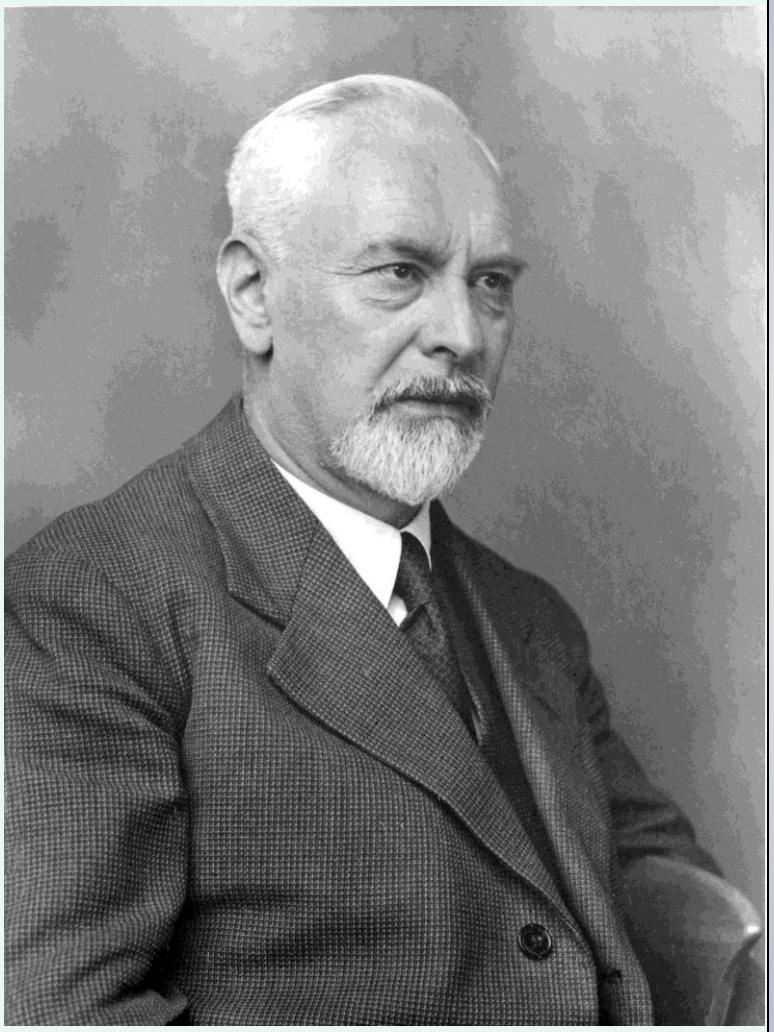
Concepto de capa límite

$$\tau_o = \mu \cdot \left(\frac{dv}{dy} \right)_{y=0}$$



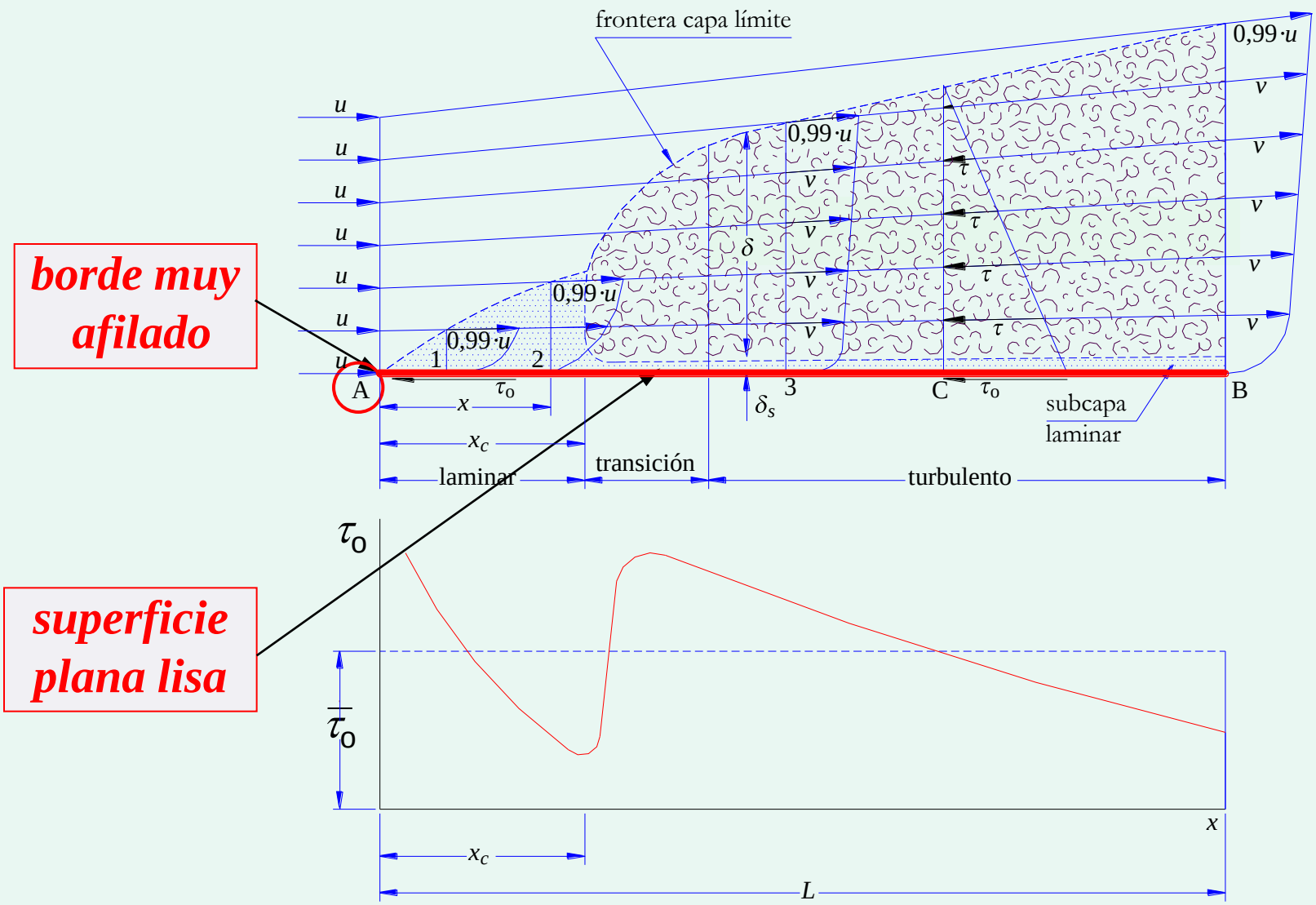
Para ello tiene que existir una capa ***δ*** que a veces es de micras, en la que la velocidad ***v*** de las distintas láminas pasan de valer cero en la pared a adquirir la velocidad ***u*** (**0,99·*u***) del flujo; por lo que no era posible obtener el perfil de velocidades mediante un tubo de Pitot. **Prandtl** fue capaz de imaginar esta capa a la que llamó ***capa límite***.

La teoría de la capa límite, 1904, revolucionó la aeronáutica.
Prandtl es el fundador de la Mecánica de Fluidos moderna. Es la aportación más importante en la historia de esta ciencia.



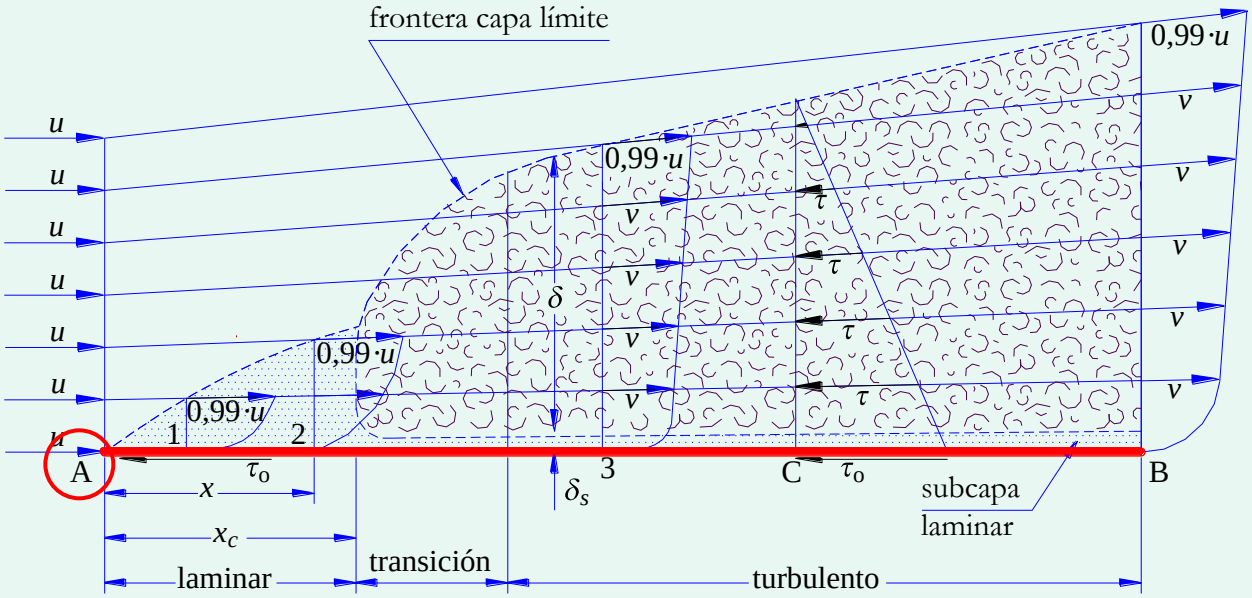
Ludwig Prandtl
(Alemania 1875-1953)

Desarrollo de la capa límite



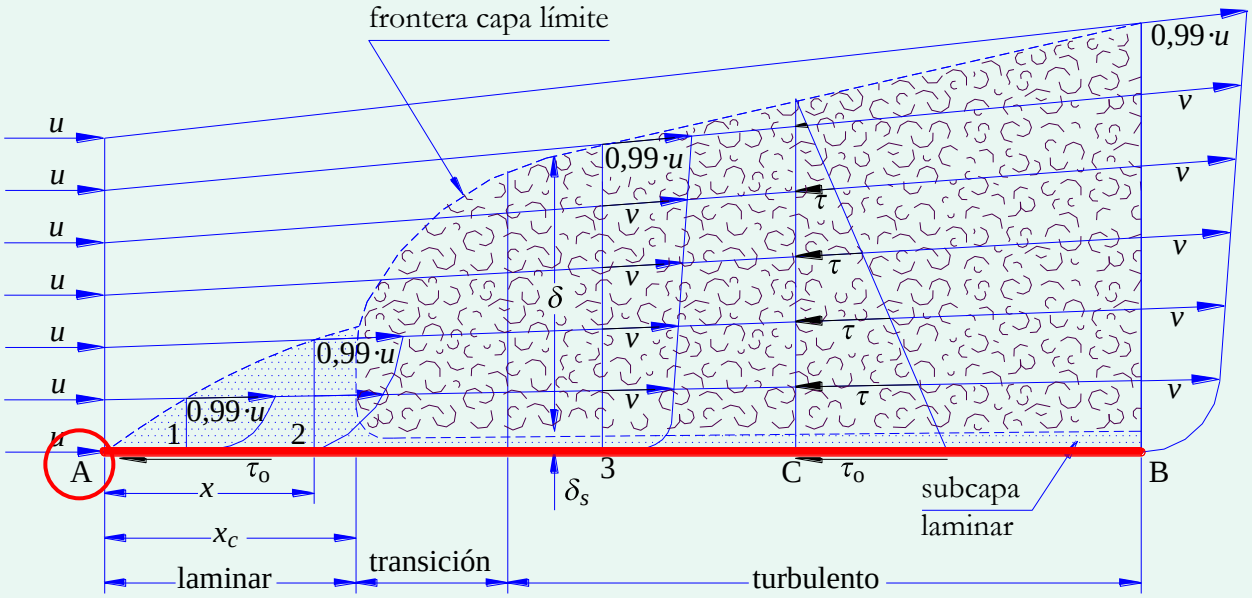
Capa límite laminar

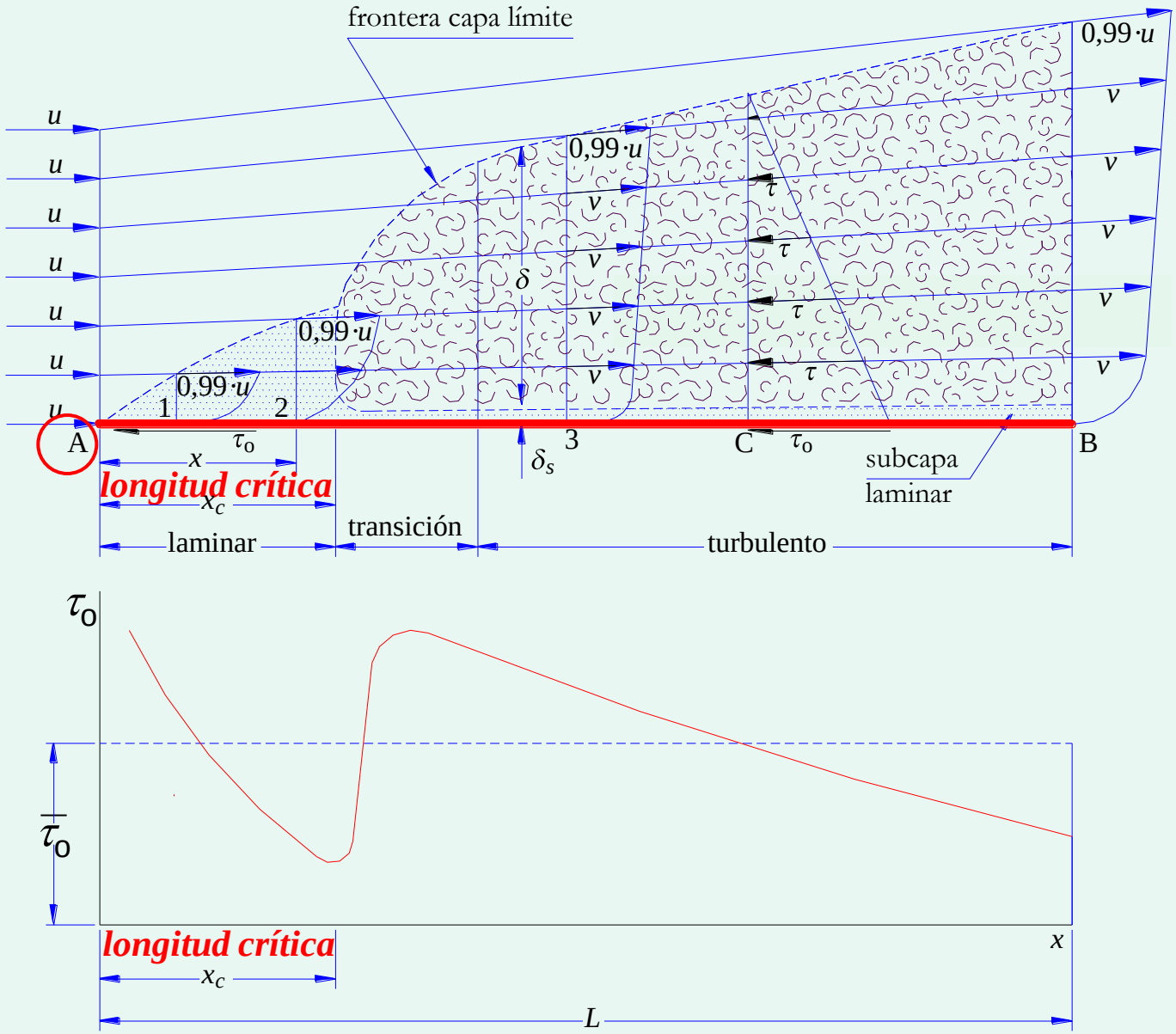
Por ser el borde **A** afilado, el flujo no sufre perturbación al entrar y sería laminar en sus comienzos. A medida que avanza, el espesor δ de la capa aumenta y el perfil de velocidades varía (compárese 1 y 2): en 2, el esfuerzo cortante τ_o en la pared es menor que en 1; llega a disminuir tanto, que no puede controlar la turbulencia (viscosidad de turbulencia), y la capa deja de ser laminar.



Capa límite turbulenta

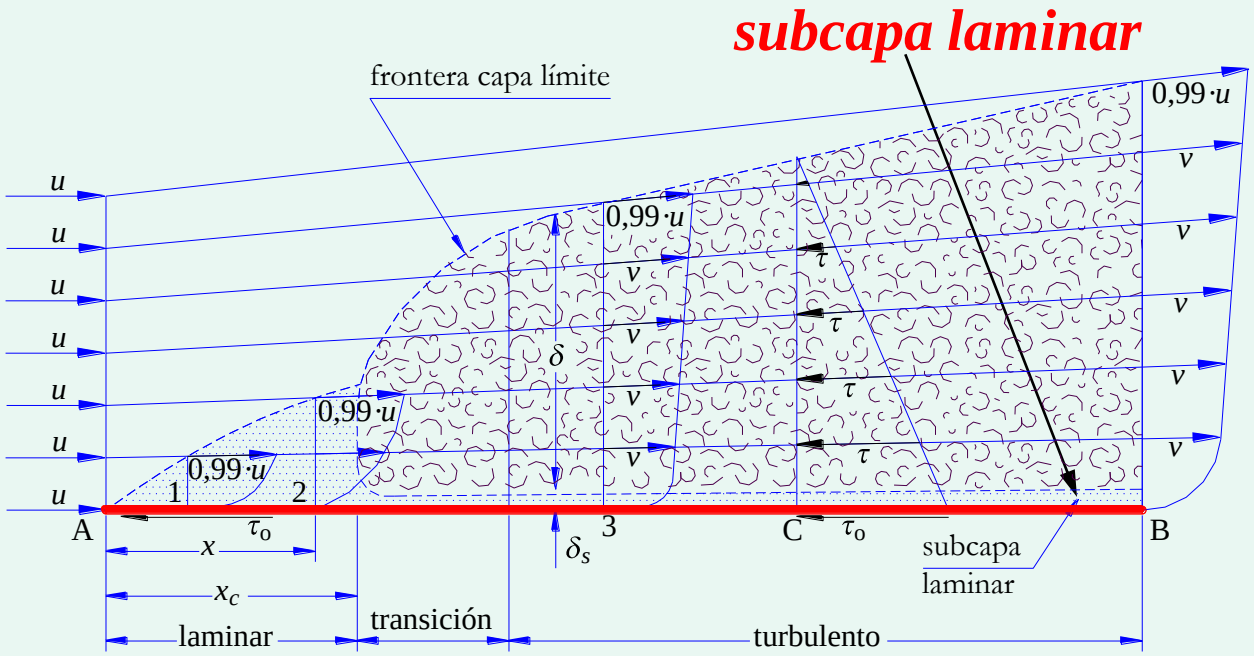
Al pasar a la zona turbulenta, el espesor δ de la capa aumenta bruscamente. La turbulencia homogeniza las velocidades de las distintas láminas y el perfil ya no resulta parabólico sino más bien de tipo potencial (punto 3); la velocidad pasa a valer cero muy rápidamente en la pared: el esfuerzo cortante τ_o puede resultar muy grande. A lo largo de la superficie, δ aumenta y τ_o disminuye, hasta anularse en el infinito si la superficie es plana.




frontera capa límite
0,99·u
u
v
τ
δ
1
2
3
A
B
C
τo
x
δs
longitud crítica
xc
subcapa
laminar
laminar
transición
turbulento
τo
L

Subcapa laminar

En la capa turbulenta, hay pegando a la pared una ***subcapa laminar***, ya que el ***intercambio de cantidad de movimiento*** entre láminas no es posible con la lámina que moja la pared. Esto va a tener una gran importancia cuando la pared es rugosa en lugar de lisa.

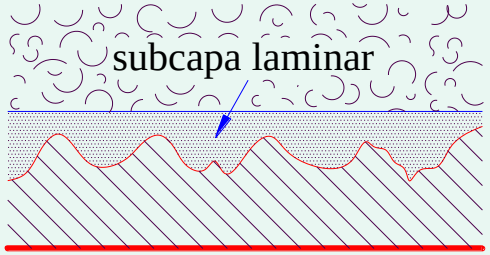


zona turbulenta

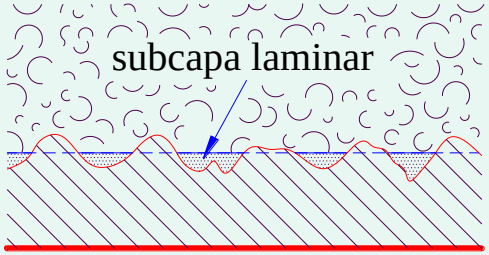
$$\tau_o = \mu \cdot \left(\frac{dv}{dy}\right)_{y=0}$$

$$\tau_o = (\mu + \eta) \cdot \left(\frac{dv}{dy}\right)_{y=0}$$

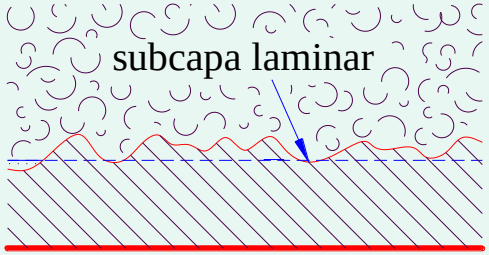
pared lisa ***pared rugosa***



(a)



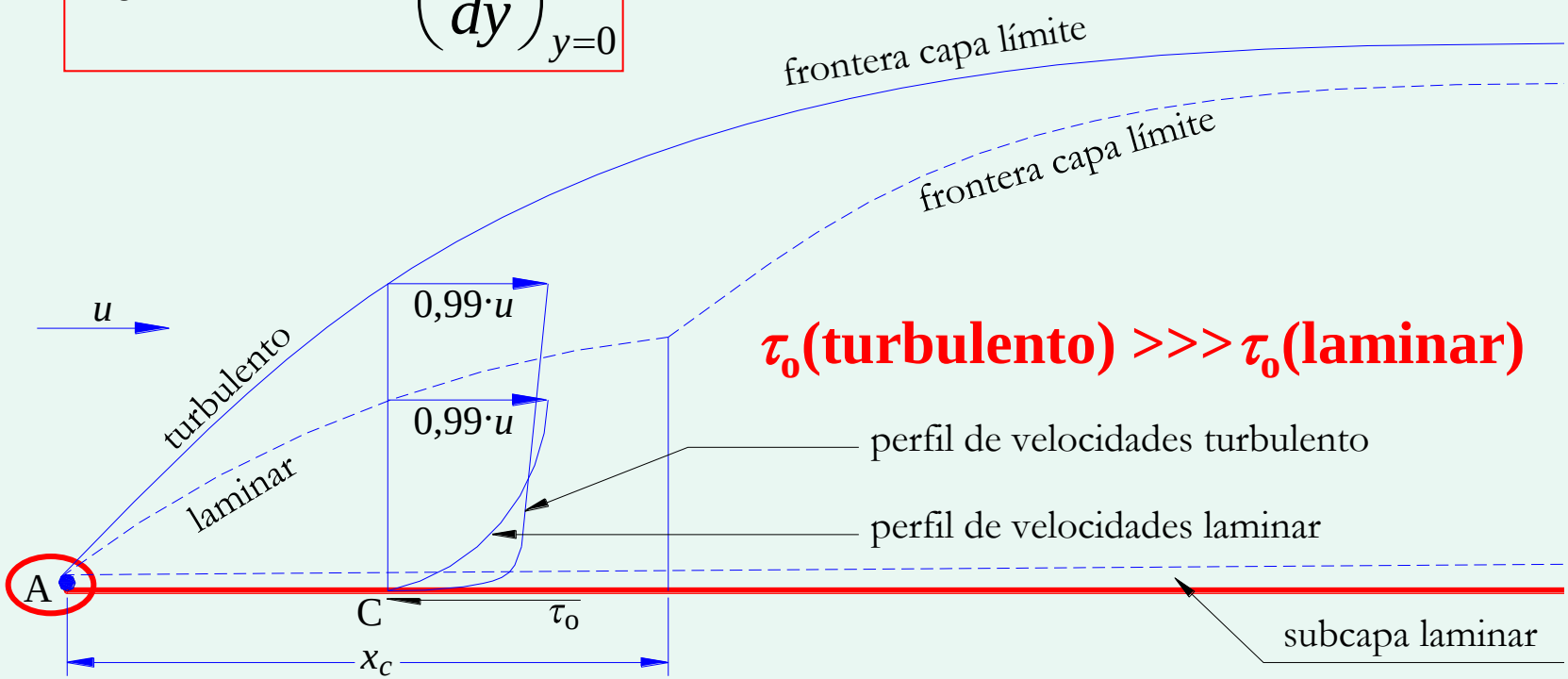
(b)

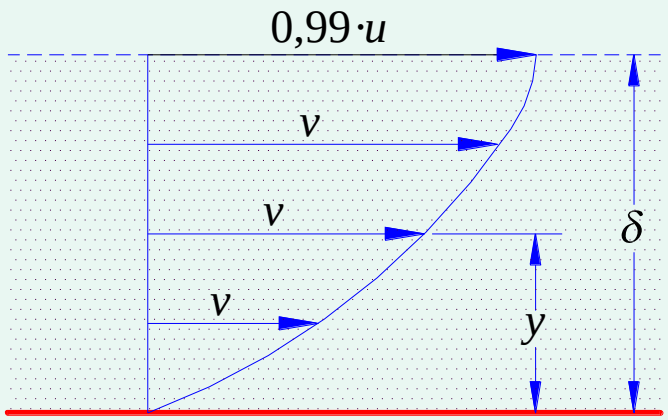


(c)

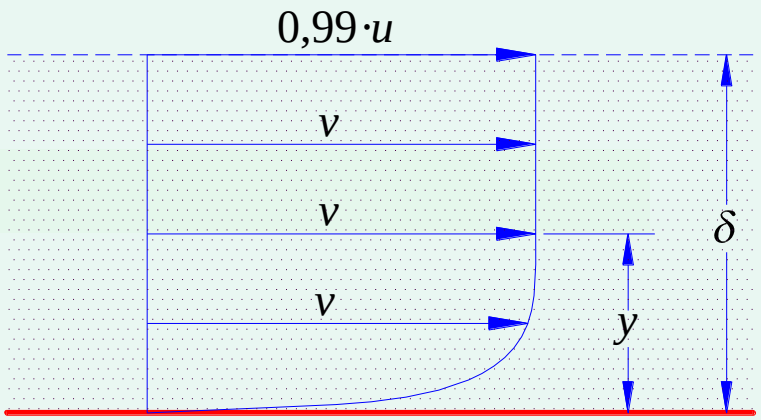
Si el borde **A** es no es afilado, la capa límite podría ser turbulenta desde el principio. En el punto C, $(dv/dy)_{y=0}$ es ahora mayor. Si la pared fuera ***rugosa***, intervendría además la viscosidad de turbulencia η, y τ_o aumentaría por el doble motivo:

$$\tau_o = (\mu + \eta) \cdot \left(\frac{dv}{dy} \right)_{y=0}$$





perfil de velocidades laminar



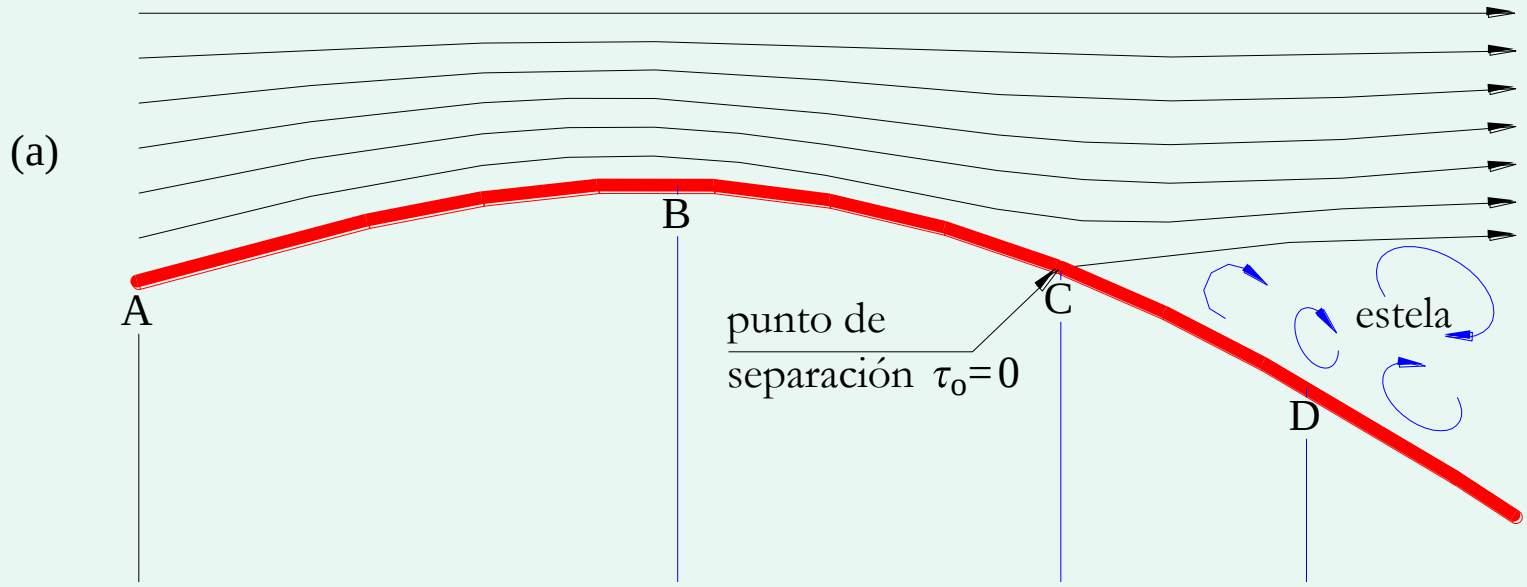
perfil de velocidades turbulento

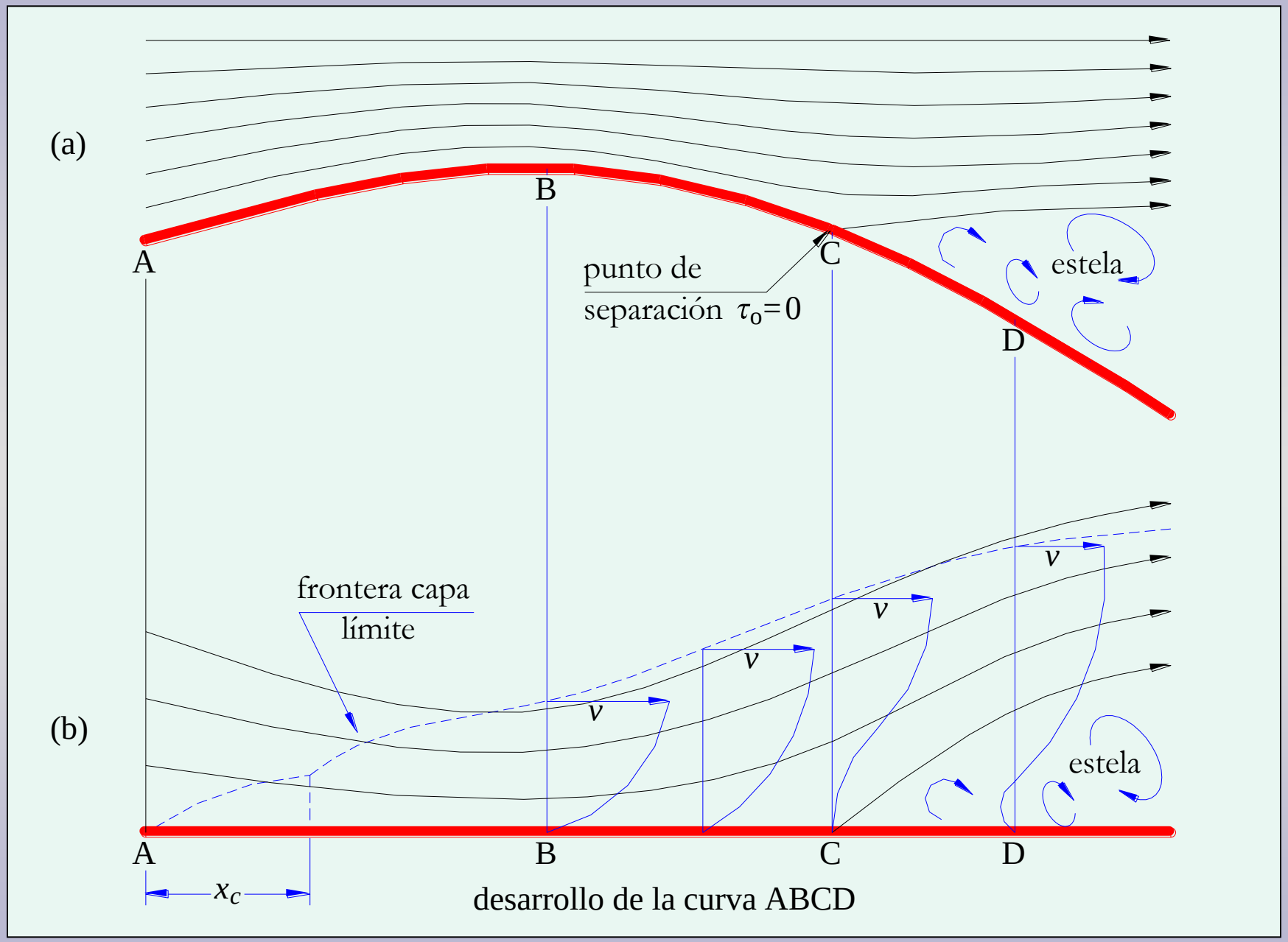
$$\left(\frac{dv}{dy}\right)_{y=0}(\text{turbulento}) >>> \left(\frac{dv}{dy}\right)_{y=0}(\text{laminar})$$

τ_o(turbulento) >>> τ_o(laminar)

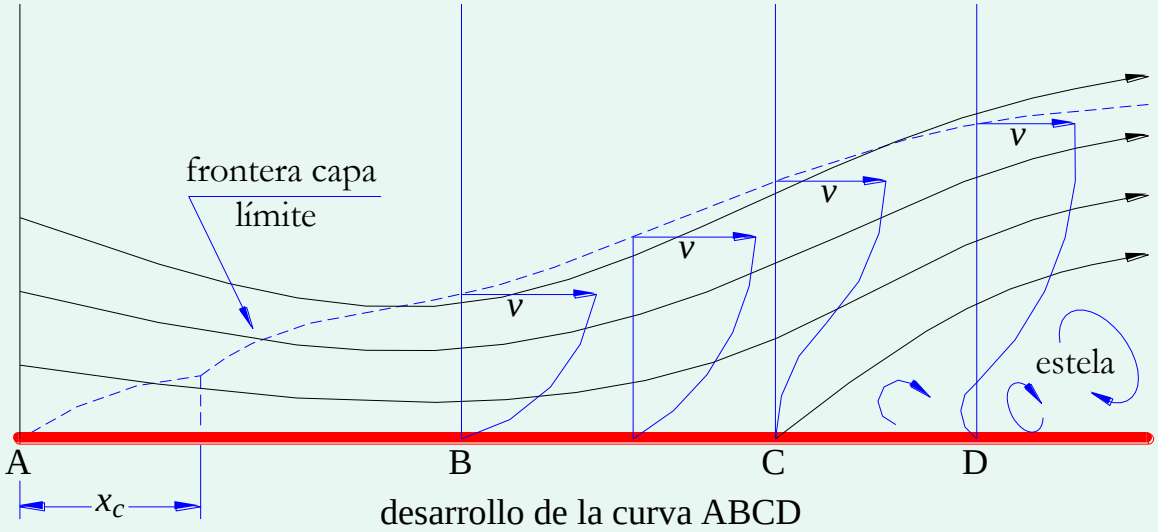
Desprendimiento de la capa límite

Cuando el flujo es divergente (BCD), el gradiente de velocidad en la pared va disminuyendo, y con él el esfuerzo cortante τ_o . Puede ocurrir incluso que llegue a anularse; en tal caso, el flujo se separaría de la pared (***desprendimiento de capa límite***), formándose una ***estela*** aguas debajo de C.



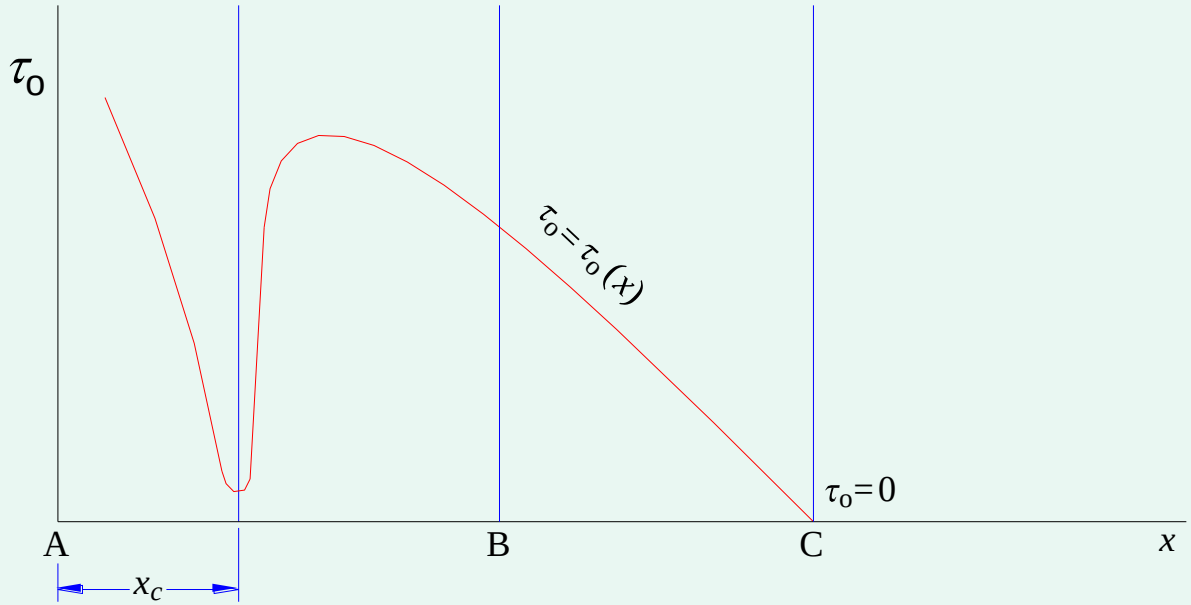

(a)
A
B
C
D
punto de
separación $\tau_o = 0$
estela
(b)
frontera capa
límite
v
v
v
v
estela
A
B
C
D
x_c
desarrollo de la curva ABCD

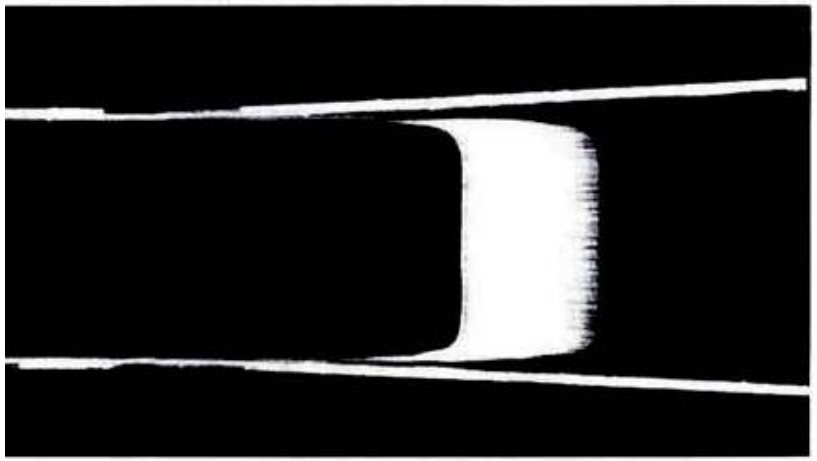
(b)



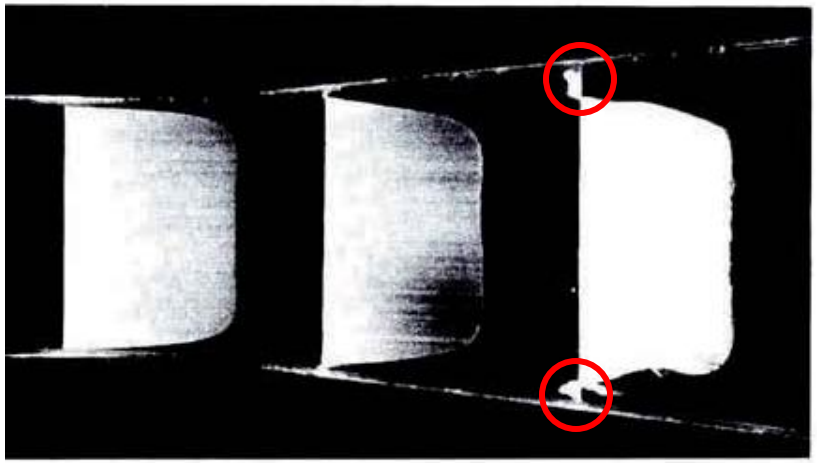
desarrollo de la curva ABCD

(c)

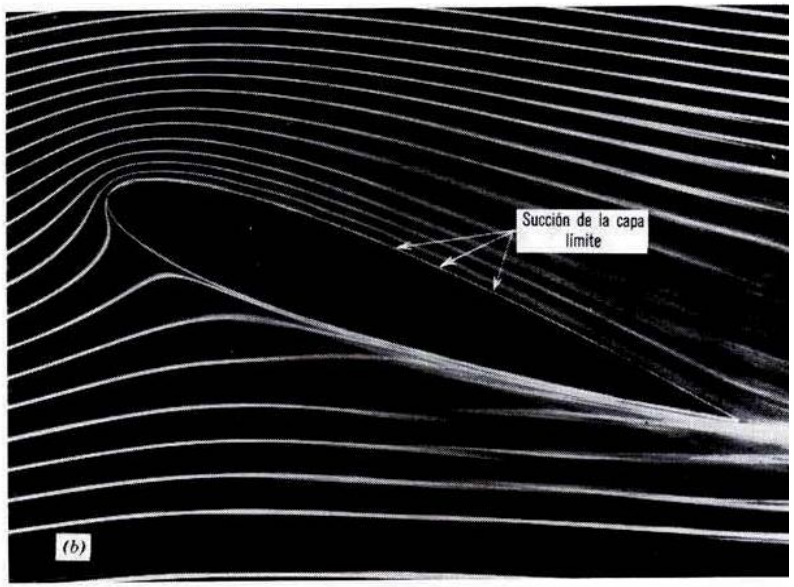




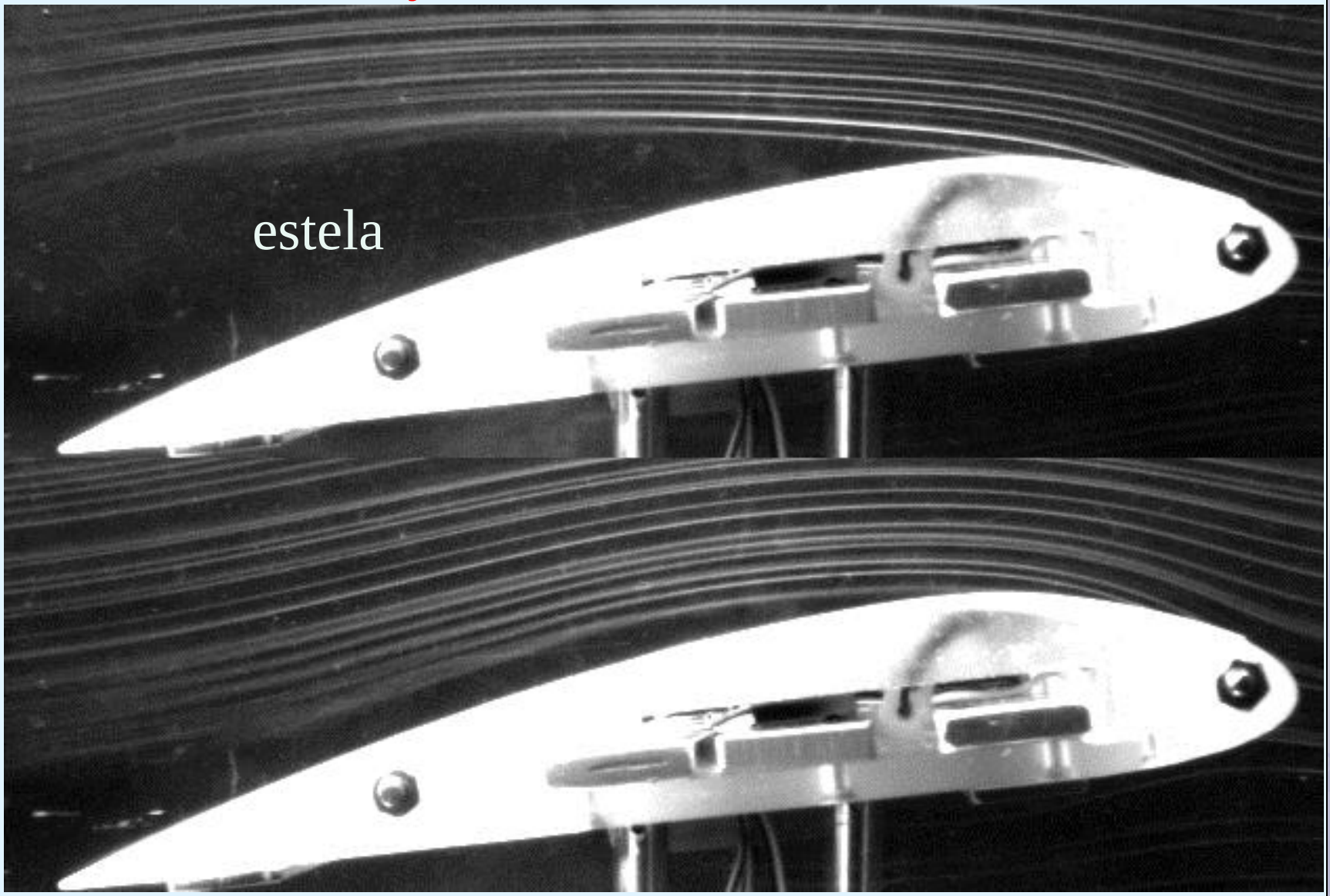
(a)



(b)



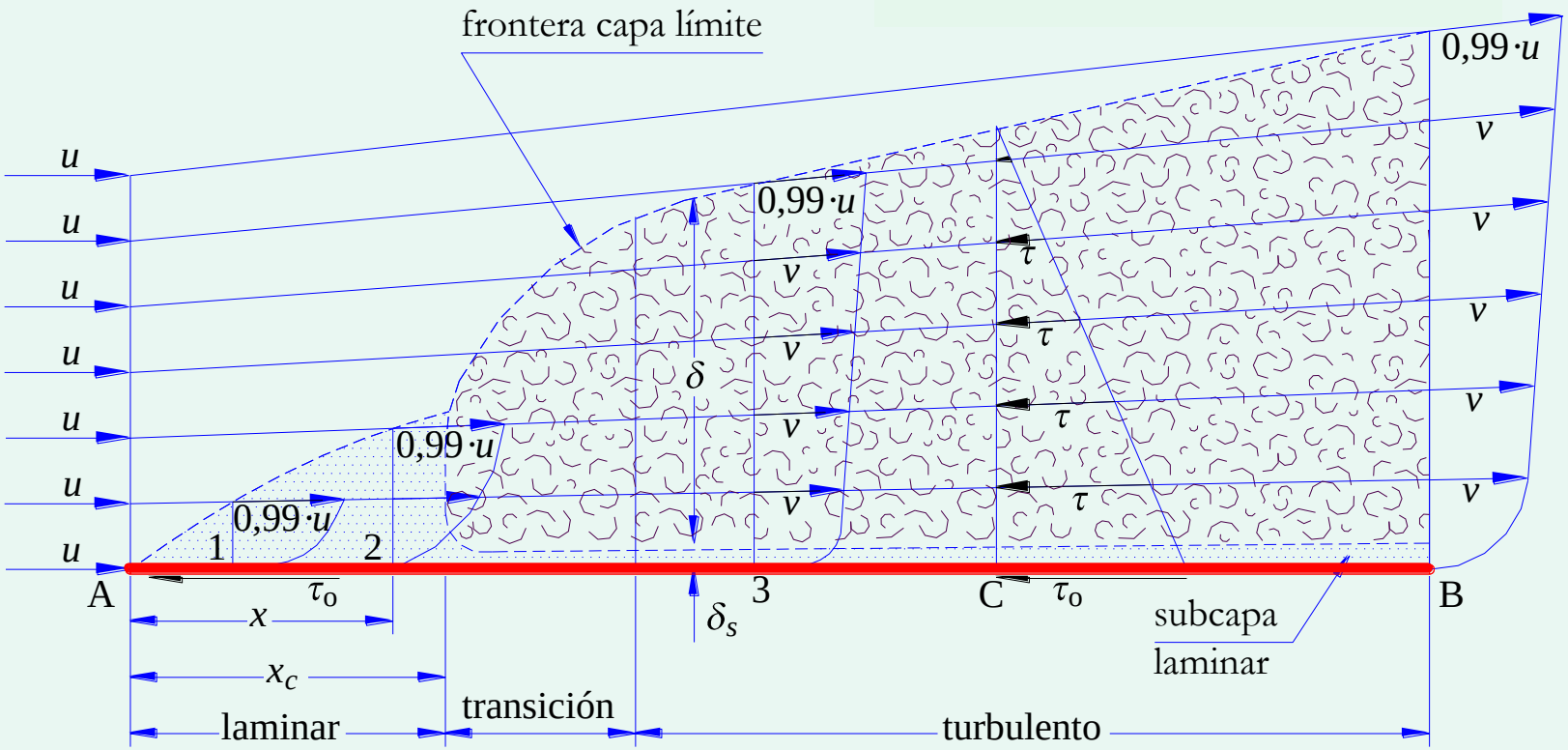
ensayo en un túnel de viento



CÁLCULO DE LA CAPA LÍMITE

Espesores de la capa límite

$$\delta = \delta(x, u, \mu, \rho)$$



CÁLCULO DE LA CAPA LÍMITE

Espesores de la capa límite

$$\delta = \delta(x, u, \mu, \rho)$$

Con cinco variables ***físicas*** y tres magnitudes ***básicas*** (masa, longitud y tiempo), el problema queda reducido a dos variables ***adimensionales***:

$$\mathrm{Re}_x = \frac{\rho \cdot x \cdot u}{\mu} = \frac{x \cdot u}{\nu}$$

y como intervienen dos longitudes, $\boldsymbol{\delta}$ y $\boldsymbol{x}$, el otro ***adimensional*** es el cociente entre ambas:

$$\boxed{\frac{\delta}{x} = f(\mathrm{Re}_x)}$$

capa laminar

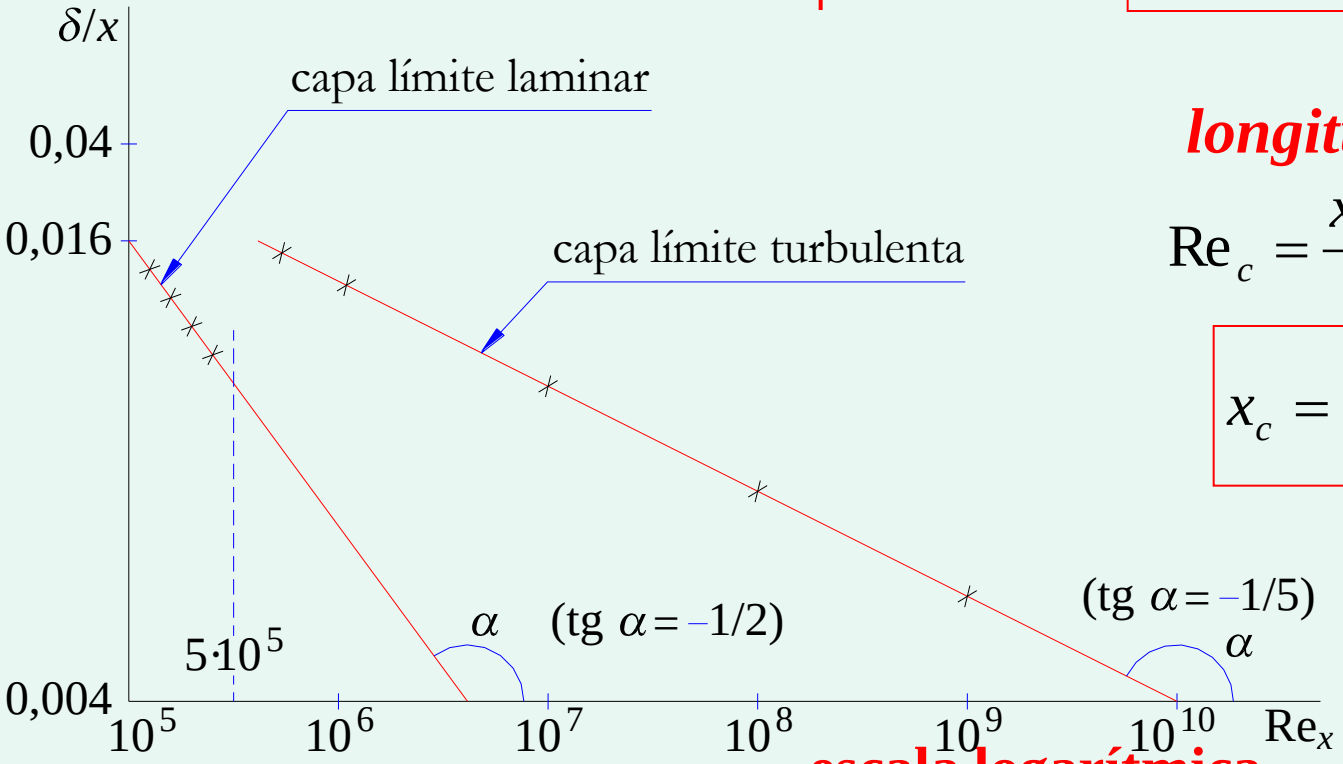
$$\log\left(\frac{\delta}{x}\right) = -\frac{1}{2}\cdot\log \mathrm{Re}_x + \log 4{,}91$$

$$\boxed{\frac{\delta}{x} = \frac{4{,}91}{\mathrm{Re}_x^{1/2}}}$$

capa turbulenta

$$\log\left(\frac{\delta}{x}\right) = -\frac{1}{5}\cdot\log \mathrm{Re}_x + \log 0{,}377$$

$$\boxed{\frac{\delta}{x} = \frac{0{,}377}{\mathrm{Re}_x^{1/5}}}$$



escala logarítmica

longitud crítica

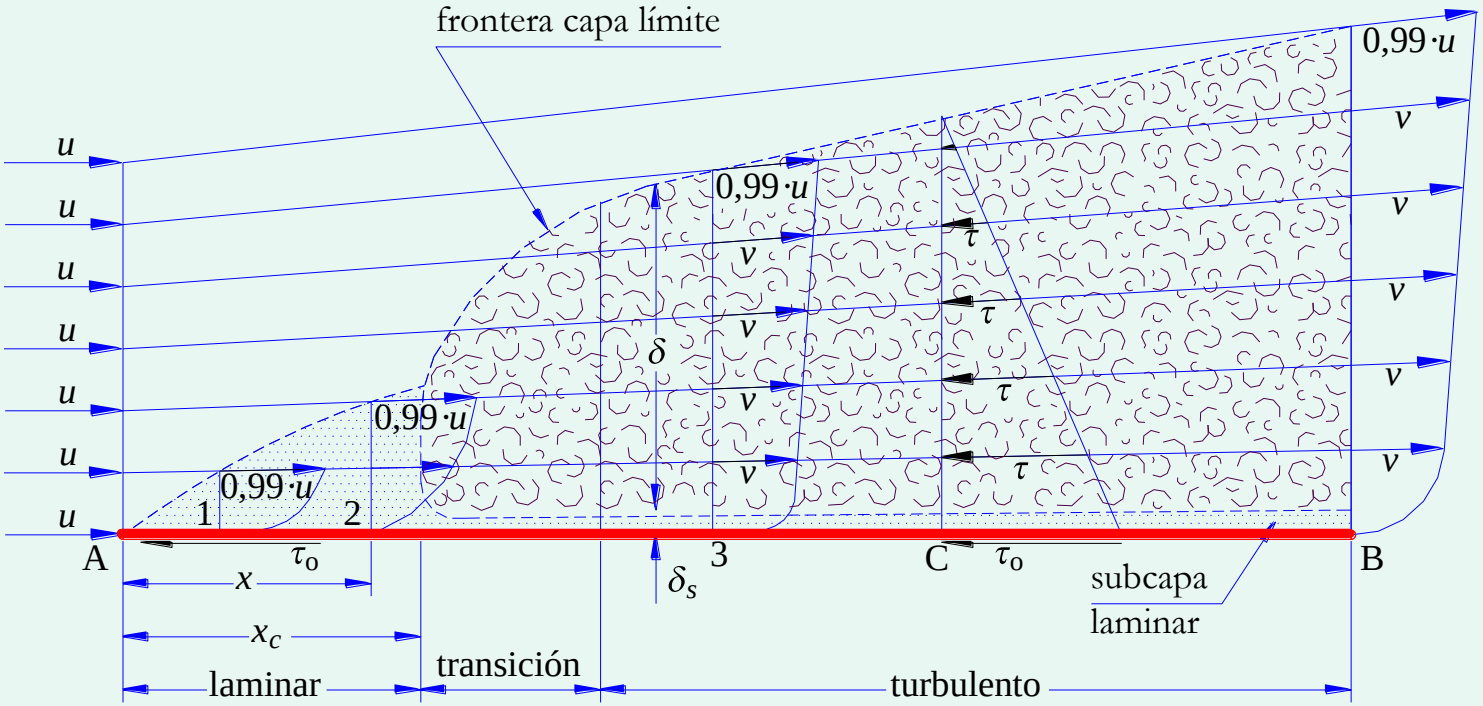
$$\mathrm{Re}_c = \frac{x_c \cdot u}{\nu} = 5\cdot 10^5$$

$$\boxed{x_c = 5\cdot 10^5 \cdot \frac{\nu}{u}}$$

Esfuerzo cortante en la pared

$$\tau_o = \tau_o(x, u, \mu, \rho) \qquad \boxed{\frac{\tau_o / \rho}{u^2 / 2} = \varphi(\mathrm{Re}_x) = c_f}$$

en función de los adimensionales correspondientes. El término c_f se denomina ***coeficiente de fricción local***.

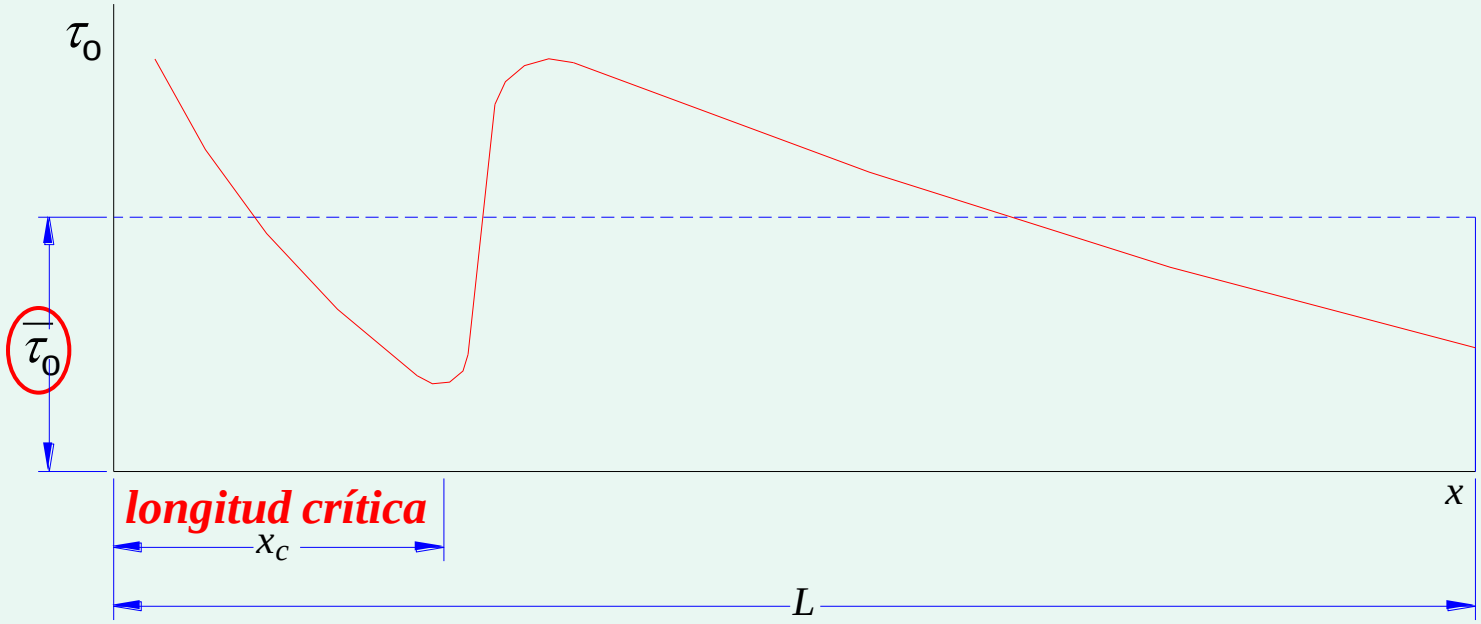


En función del valor medio de τ_o para una longitud L:

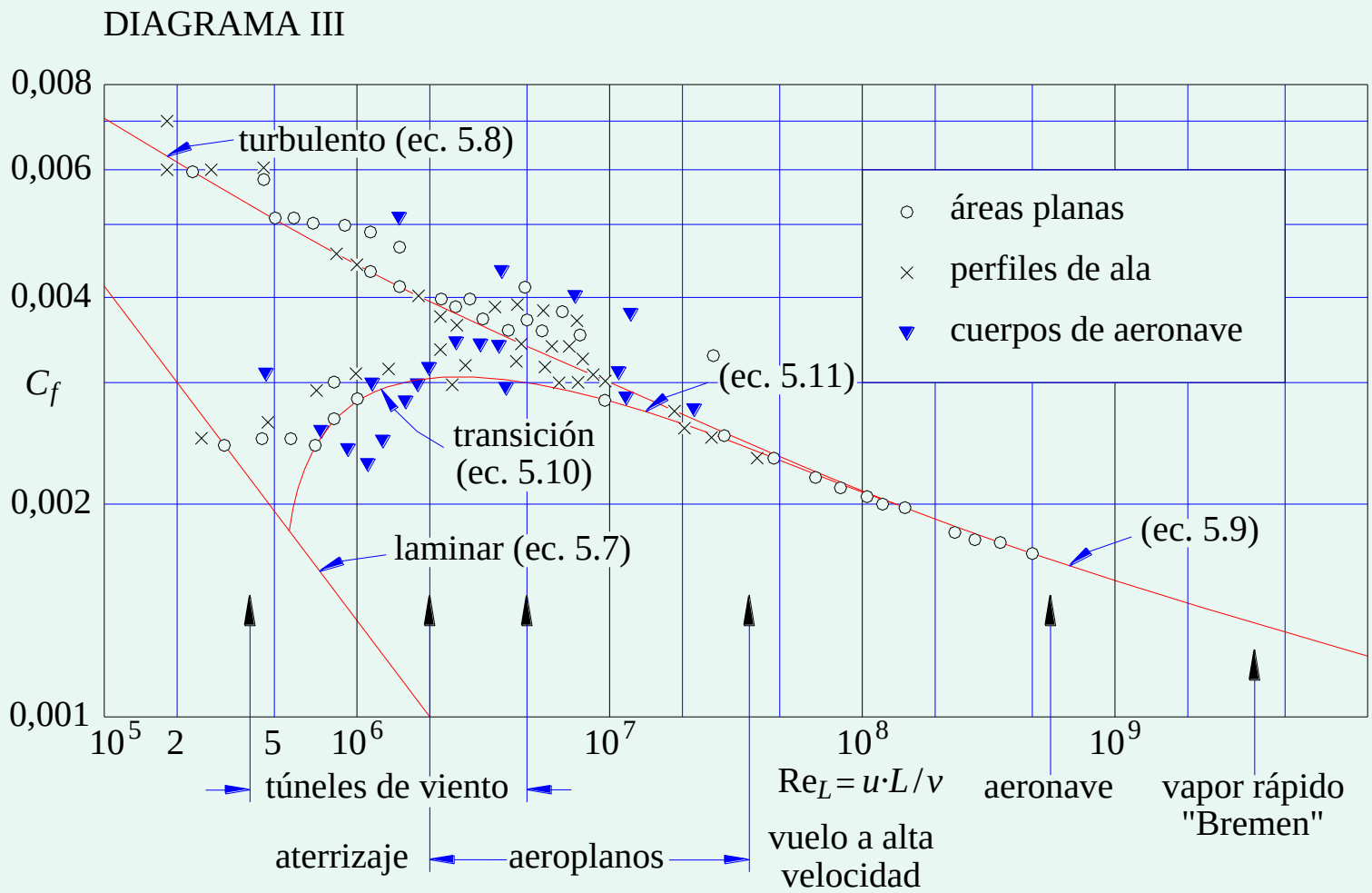
$$\overline{\tau}_o = \overline{\tau}_o(L, u, \mu, \rho)$$

$$\boxed{\frac{\overline{\tau}_o / \rho}{u^2/2} = \varphi(\mathrm{Re}_L) = C_f}$$

C_f se llama ***coeficiente de fricción medio***, o simplemente ***coeficiente de fricción***.



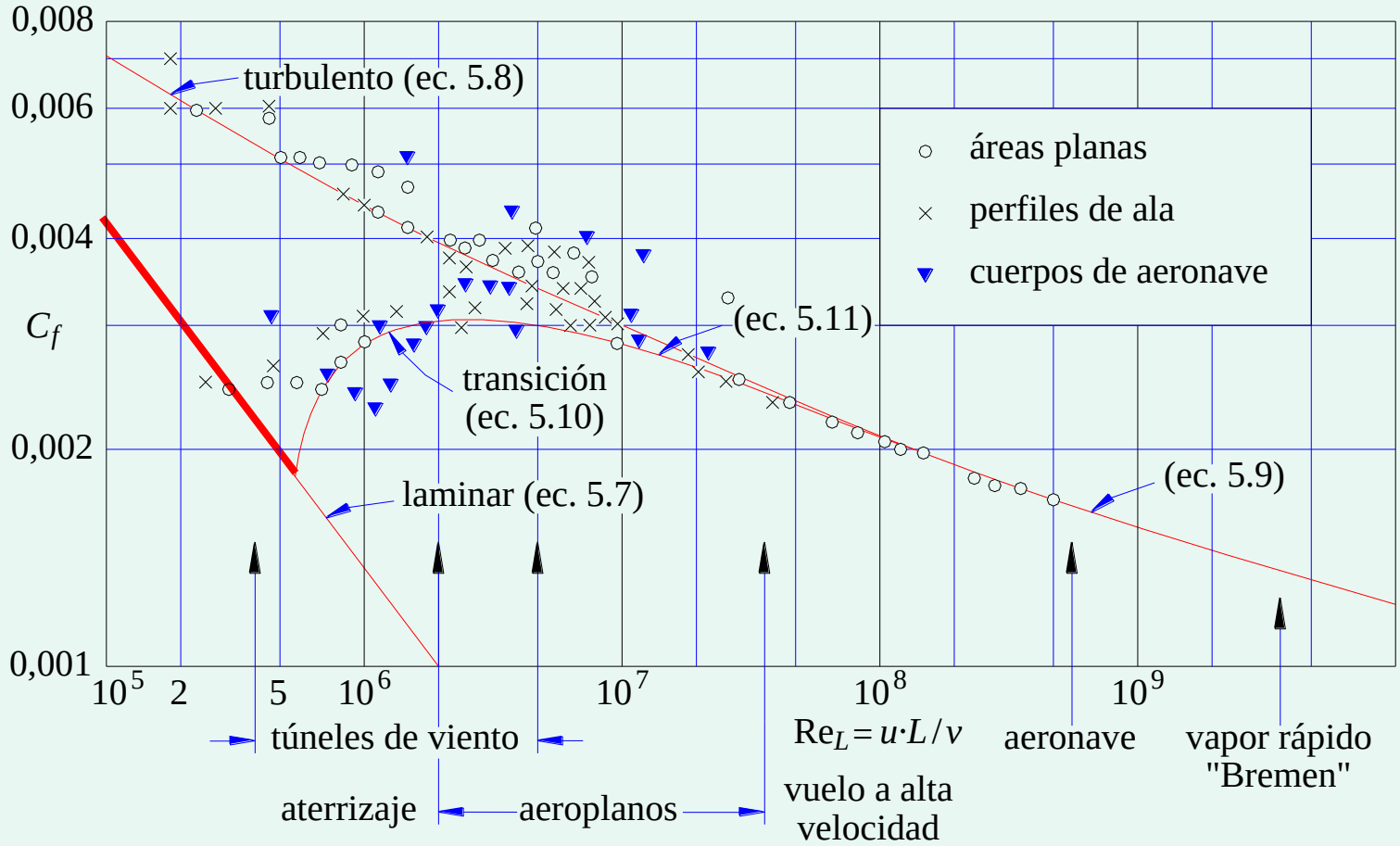
Coeficientes de fricción C_f para una longitud L



Coeficientes de fricción C_f para una longitud L

capa límite laminar ($\mathrm{Re}_L < 5\cdot10^5$) Blasius: $$C_f = \frac{1{,}328}{\mathrm{Re}_L^{1/2}}$$

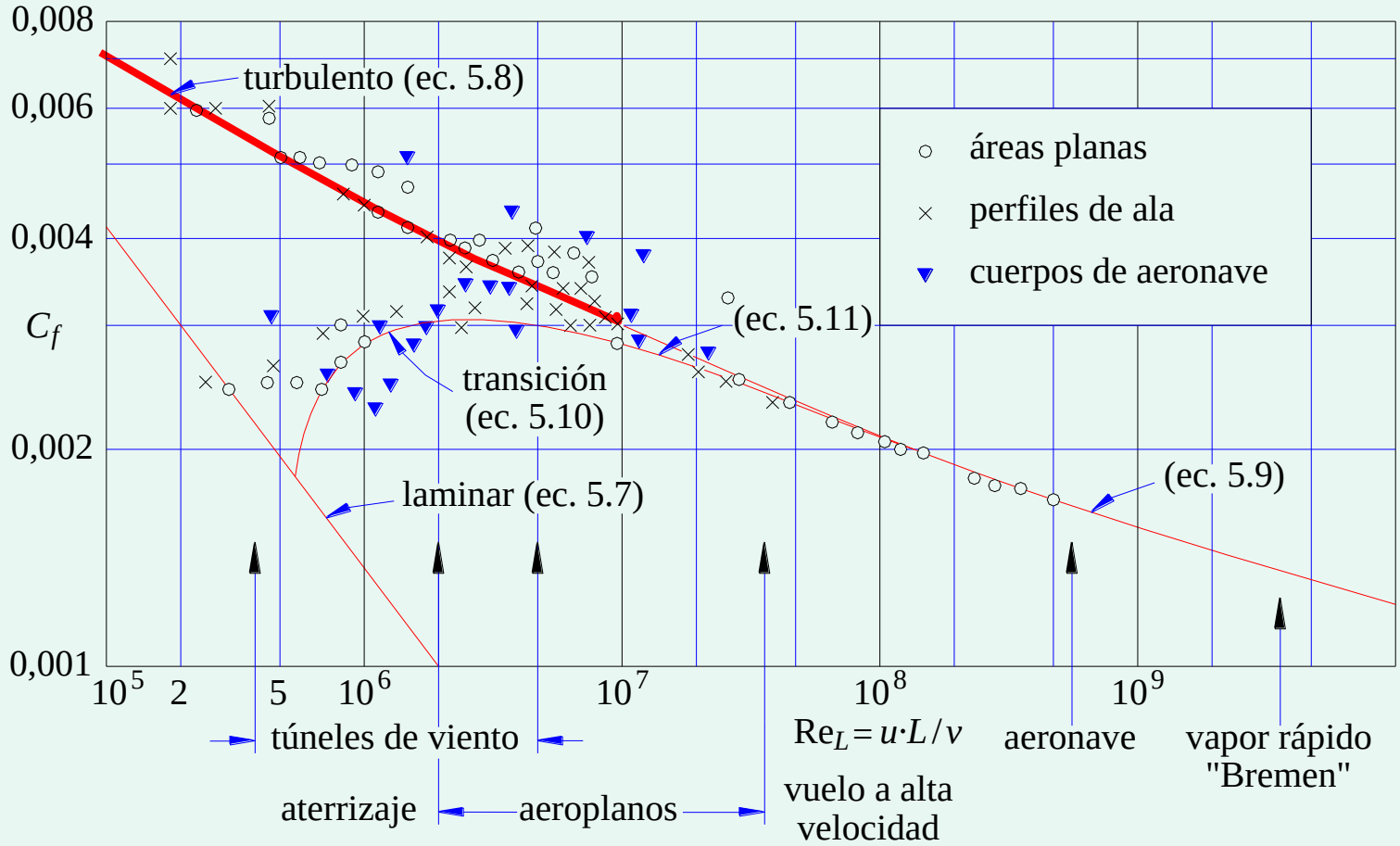
DIAGRAMA III



Toda la longitud L en capa turbutenta

Cuando $\mathrm{Re}_L < 10^7$ Kármán-Prandtl : $C_f = \dfrac{0{,}074}{\mathrm{Re}_L^{1/5}}$

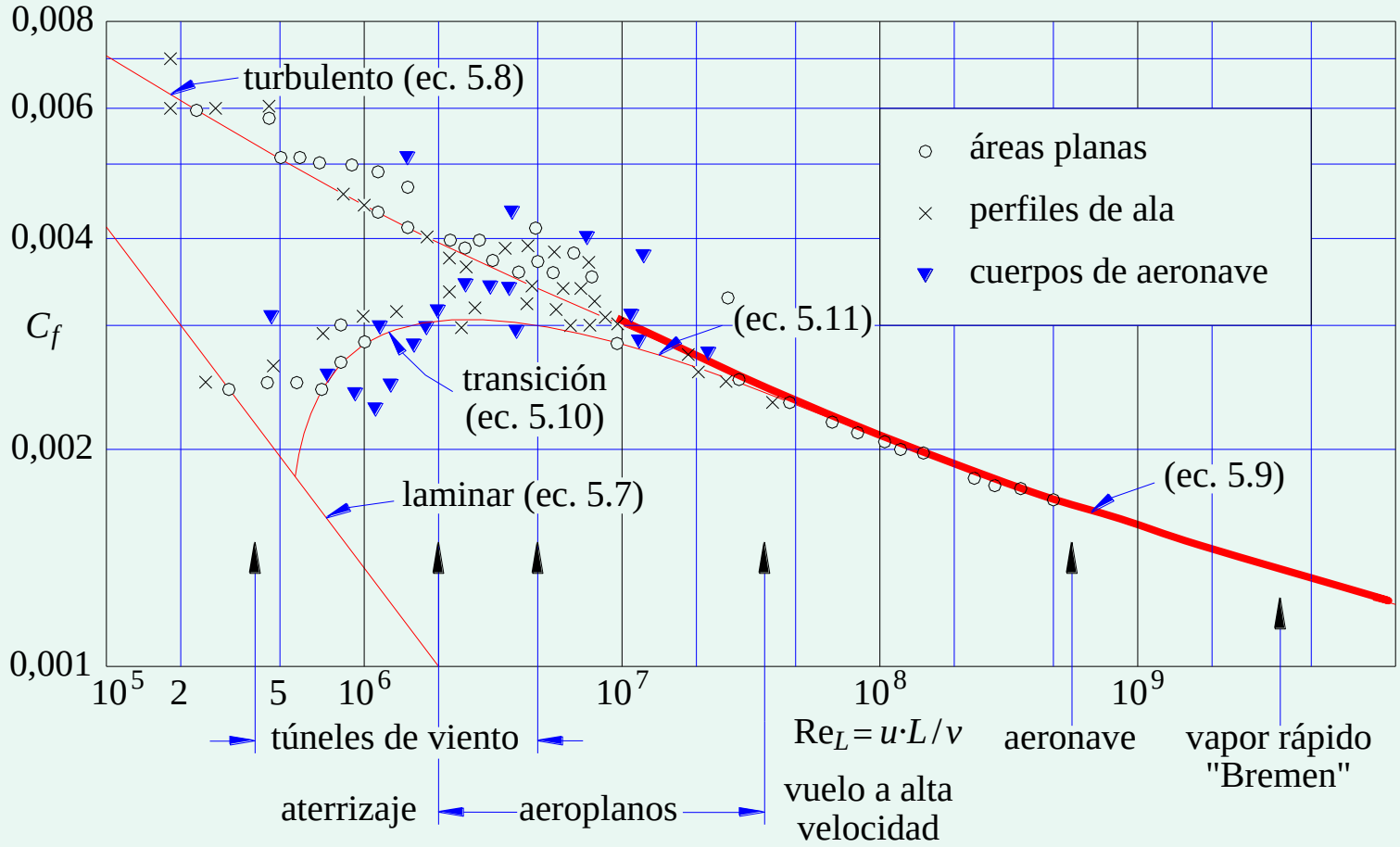
DIAGRAMA III



Toda la longitud L en capa turbutenta

Cuando $\mathrm{Re}_L > 10^7$ H.Schichting: $C_f = \dfrac{0{,}455}{(\log \mathrm{Re}_L)^{2{,}58}}$

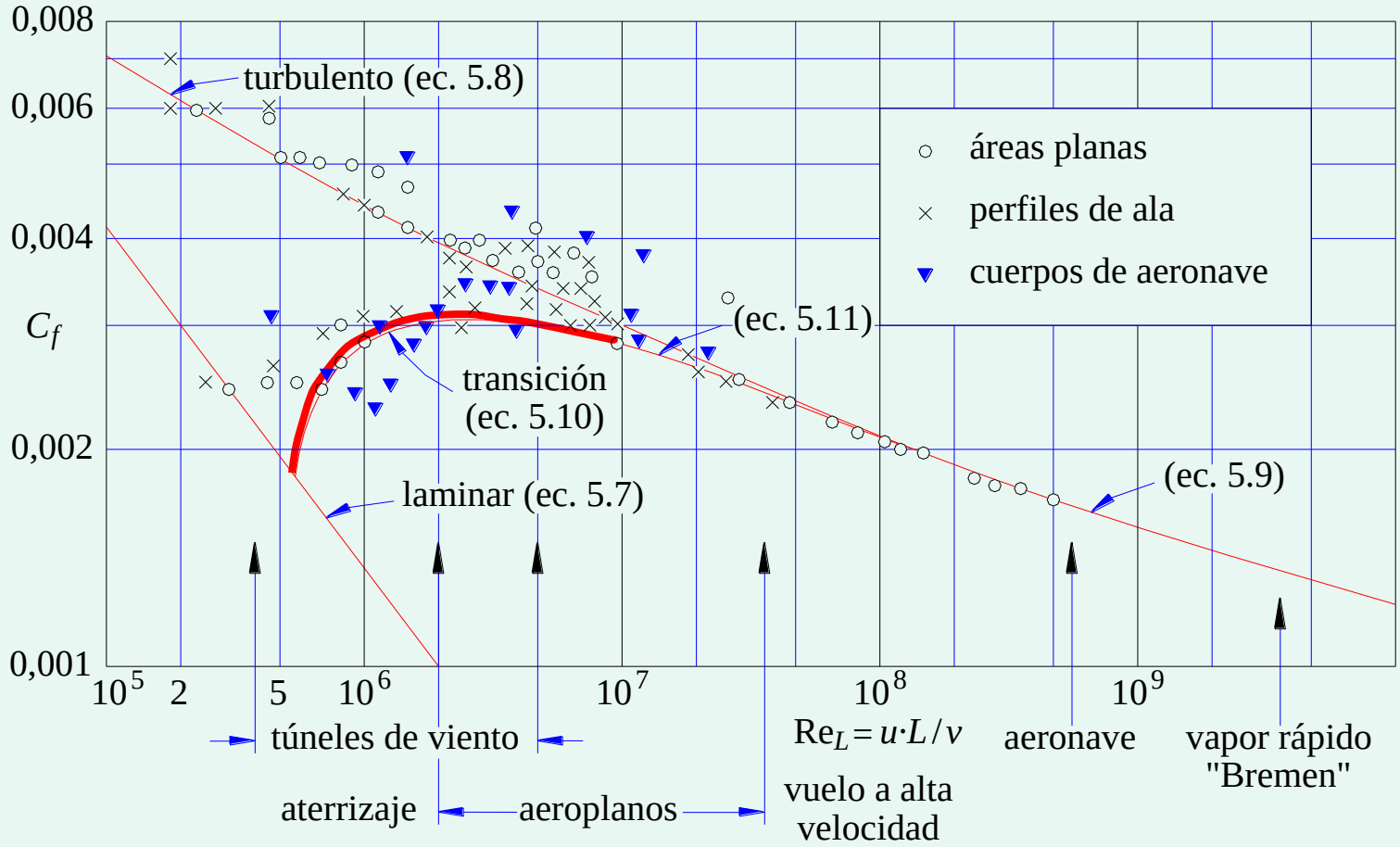
DIAGRAMA III



Longitud L con capa límite inicialmente laminar

$$\mathrm{Re}_L = 5\cdot 10^5 \div 10^7. \quad \text{H.Schichting:} \quad C_f = \frac{0{,}074}{\mathrm{Re}_L^{1/5}} - \frac{1700}{\mathrm{Re}_L}$$

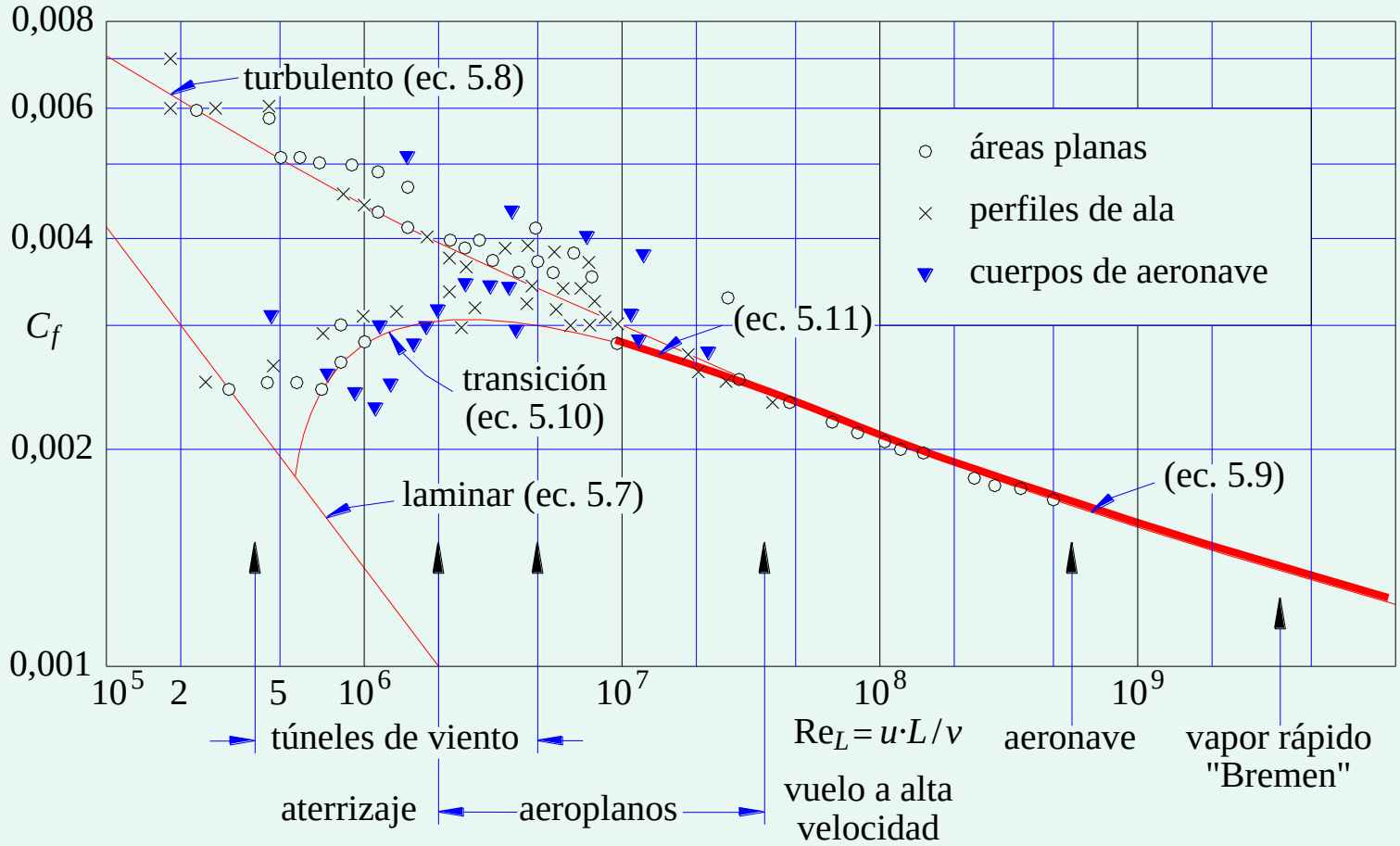
DIAGRAMA III



Longitud L con capa límite inicialmente laminar

$\mathrm{Re}_L > 10^7$ H.Schichting: $$C_f = \frac{0{,}455}{(\log \mathrm{Re}_L)^{2{,}58}} - \frac{1700}{\mathrm{Re}_L}$$

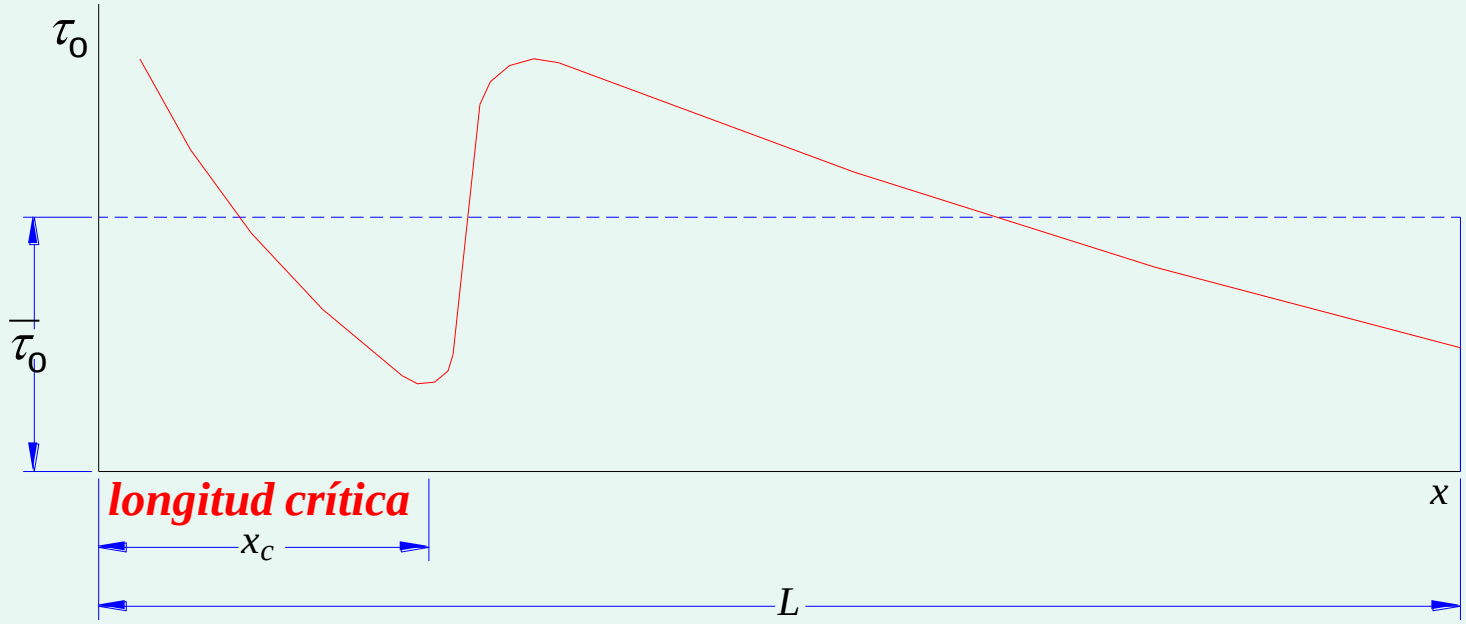
DIAGRAMA III



Resistencia de superficie

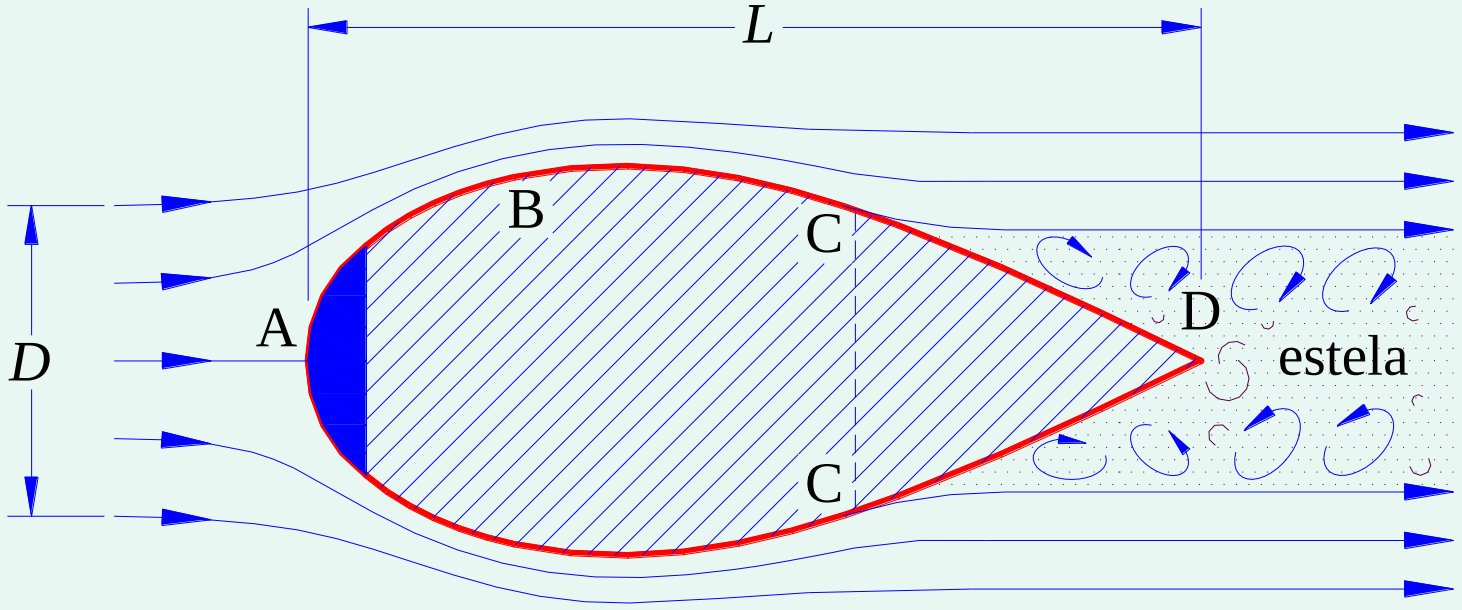
$$\frac{\bar{\tau}_o / \rho}{u^2/2} = \varphi(\mathrm{Re}_L) = C_f \qquad \bar{\tau}_o = C_f \cdot \rho \cdot \frac{u^2}{2}$$

$$F_r = \int_A \tau_o \cdot dA = \bar{\tau}_o \cdot A \qquad \boxed{F_r = C_f \cdot A \cdot \rho \cdot \frac{u^2}{2}}$$



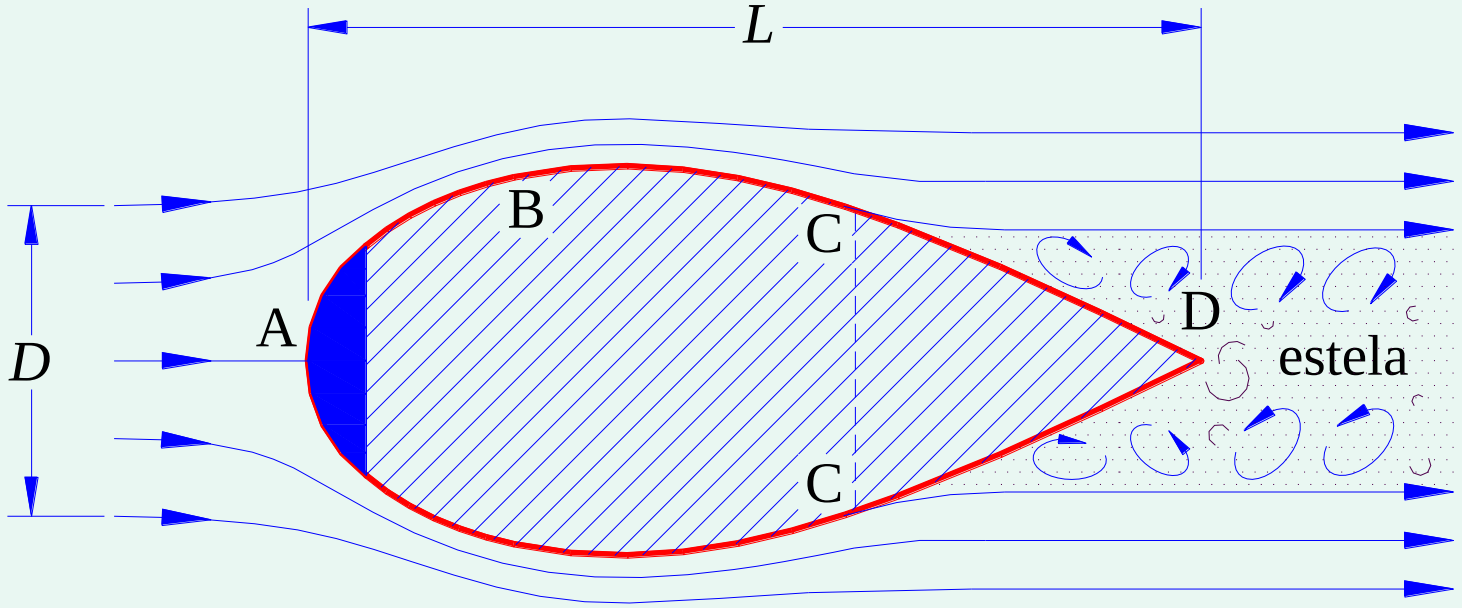
RESISTENCIA DE FORMA

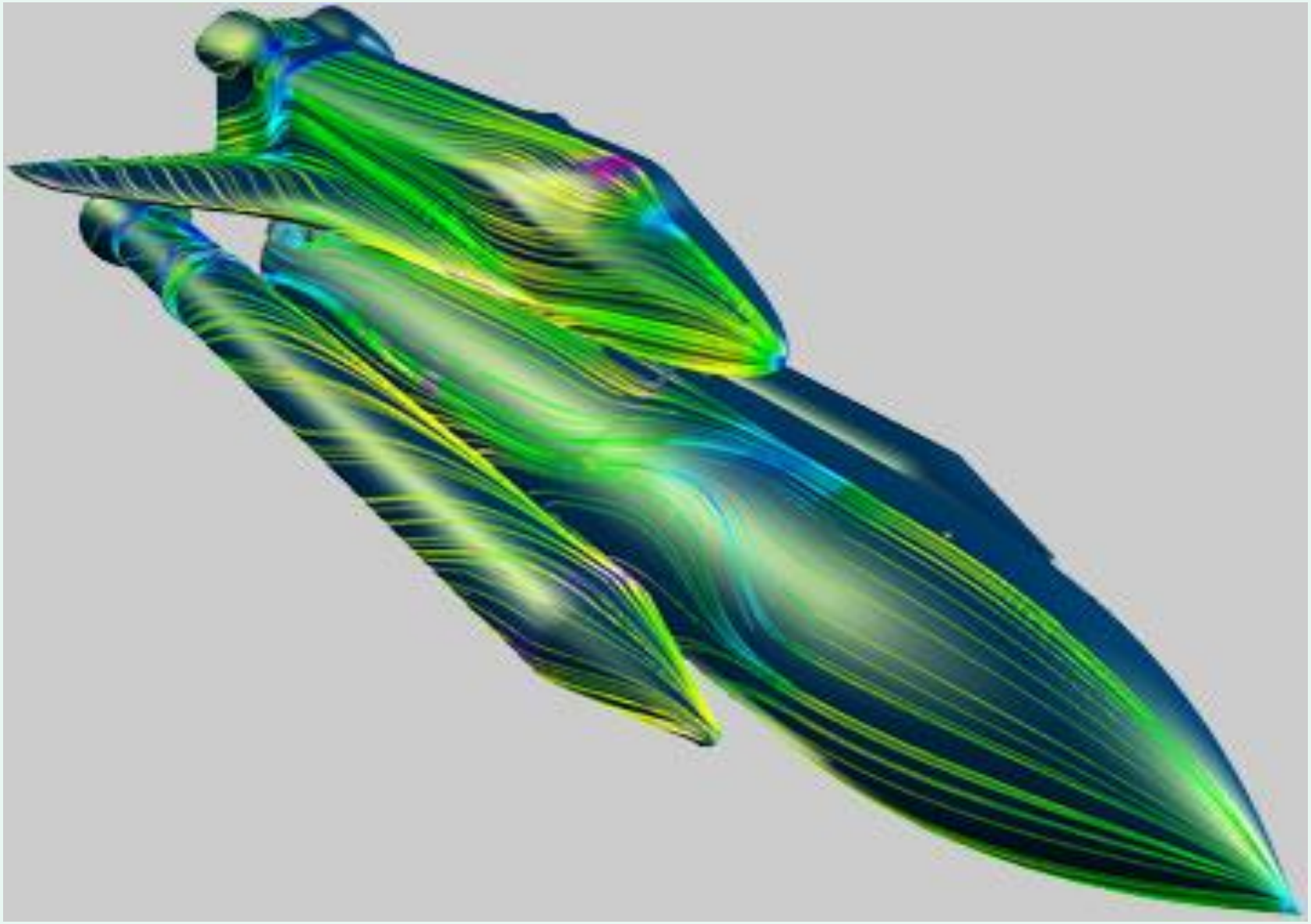
Con determinadas formas y características del flujo puede originarse el ***desprendimiento de la capa límite***, con la consiguiente ***estela***, lo que va a originar una menor presión por detrás; y, en consecuencia, una *resistencia* al avance, llamada ***resistencia de forma***.



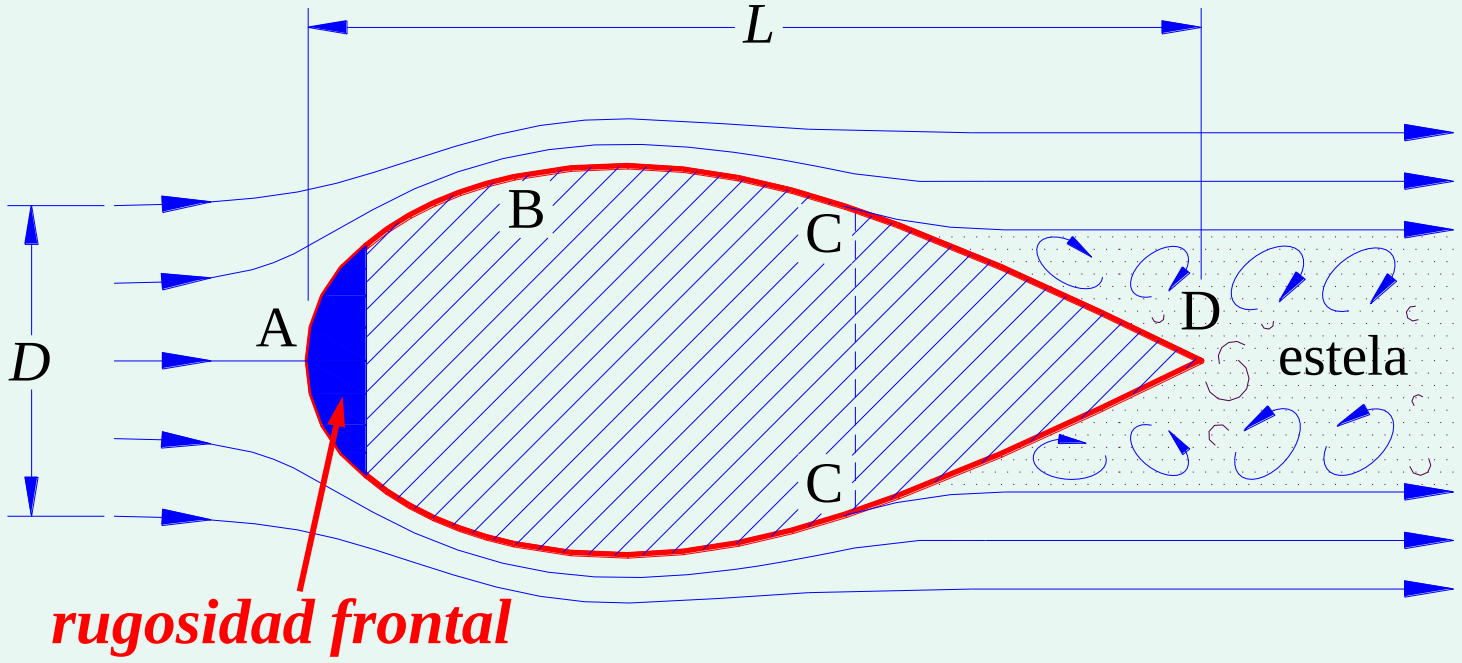
RESISTENCIA DE FORMA

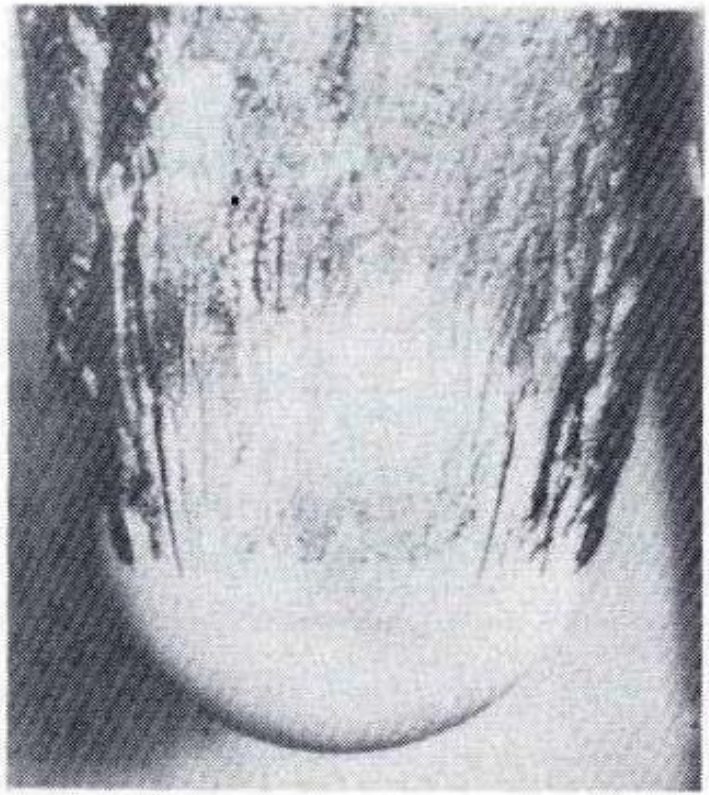
Si se quiere disminuir dicha ***resistencia***, ha de diseñarse en cada caso el contorno, de forma que la ***separación*** ocurra muy hacia atrás, o que no tenga lugar (diseño aerodinámico).





En ocasiones, el punto de separación tiene lugar en la capa límite ***laminar***; en tales casos, si ponemos en el frontal una rugosidad adecuada, hacemos ***turbulenta*** la capa límite desde sus comienzos; τ_o aumenta a lo largo de ABC y tarda más en anularse, con lo que el ***punto de separación*** $(\tau_o = 0)$ se retrasa: la ***estela*** se estrecha y la ***resistencia de forma*** disminuye.





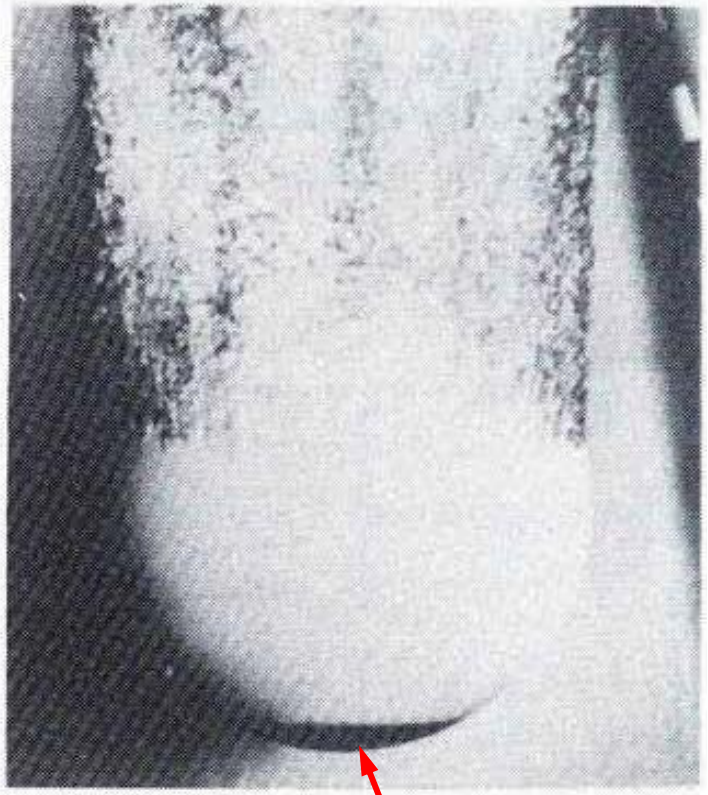
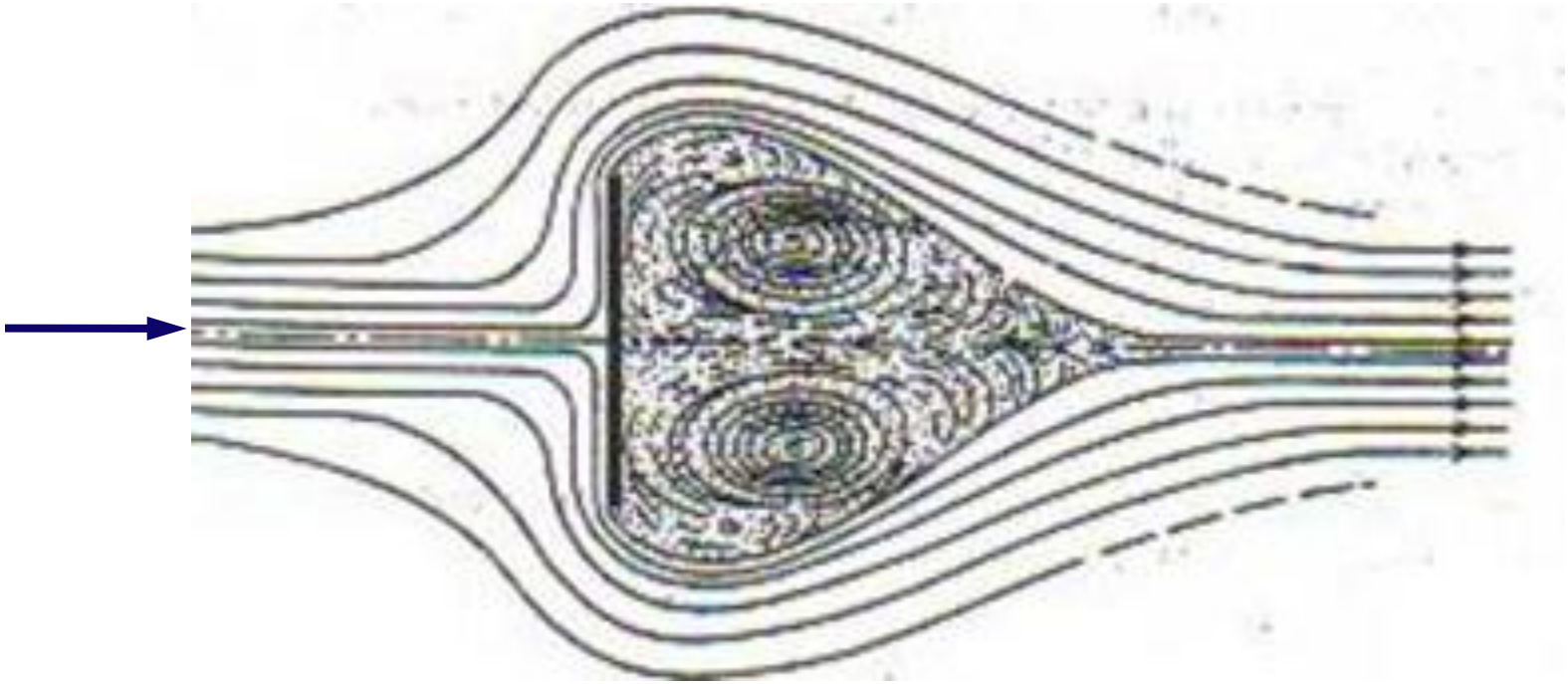


Figura 12 (tomada de V.L.Streeter)

fontal rugoso

resistencia de superficie

resistencia de forma (*mil veces mayor*)



RESISTENCIA TOTAL

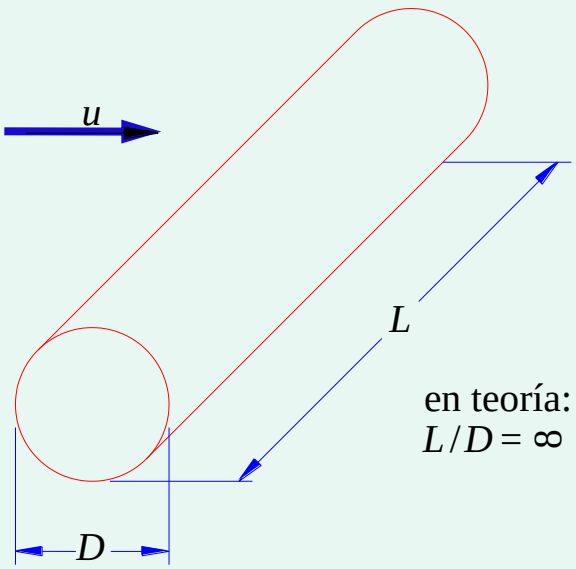
La ***resistencia*** al avance es pues la suma de la ***resistencia de superficie*** y de la ***resistencia de forma***. Haciendo el análisis dimensional se obtiene igualmente,

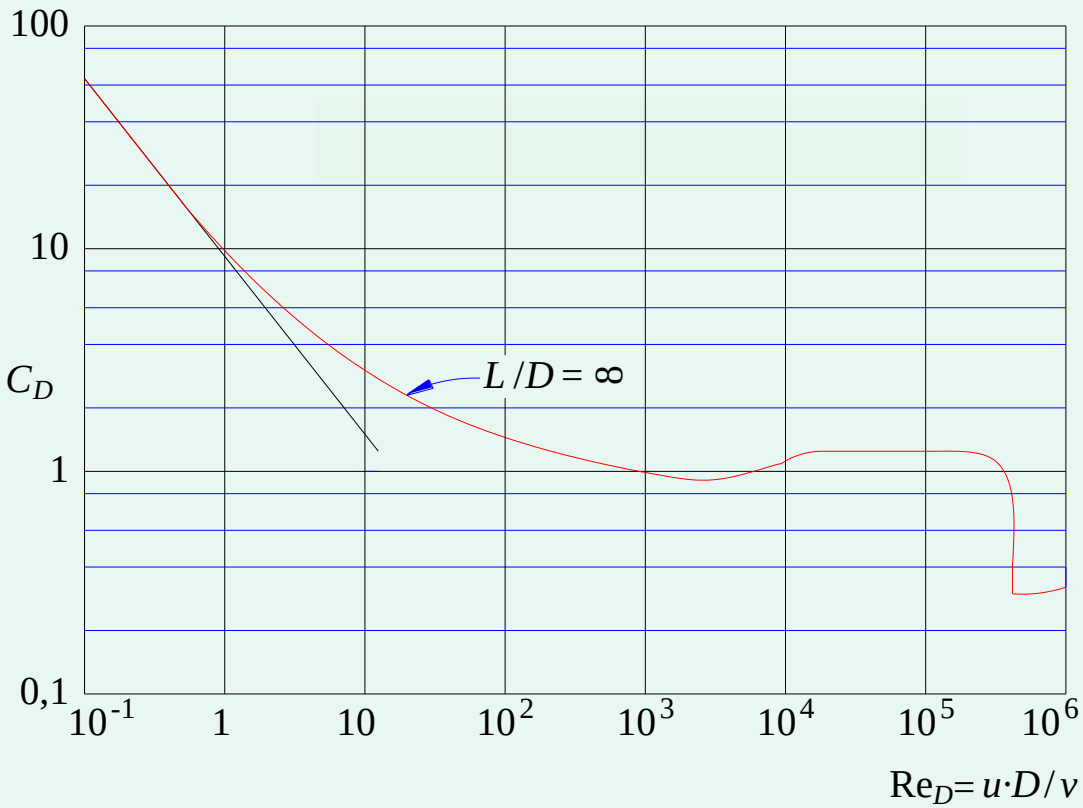
$$F_D = C_D \cdot A \cdot \rho \cdot \frac{u^2}{2}$$

C_D es el ***adimensional*** que tiene en cuenta las dos fuerzas; su determinación es experimental.

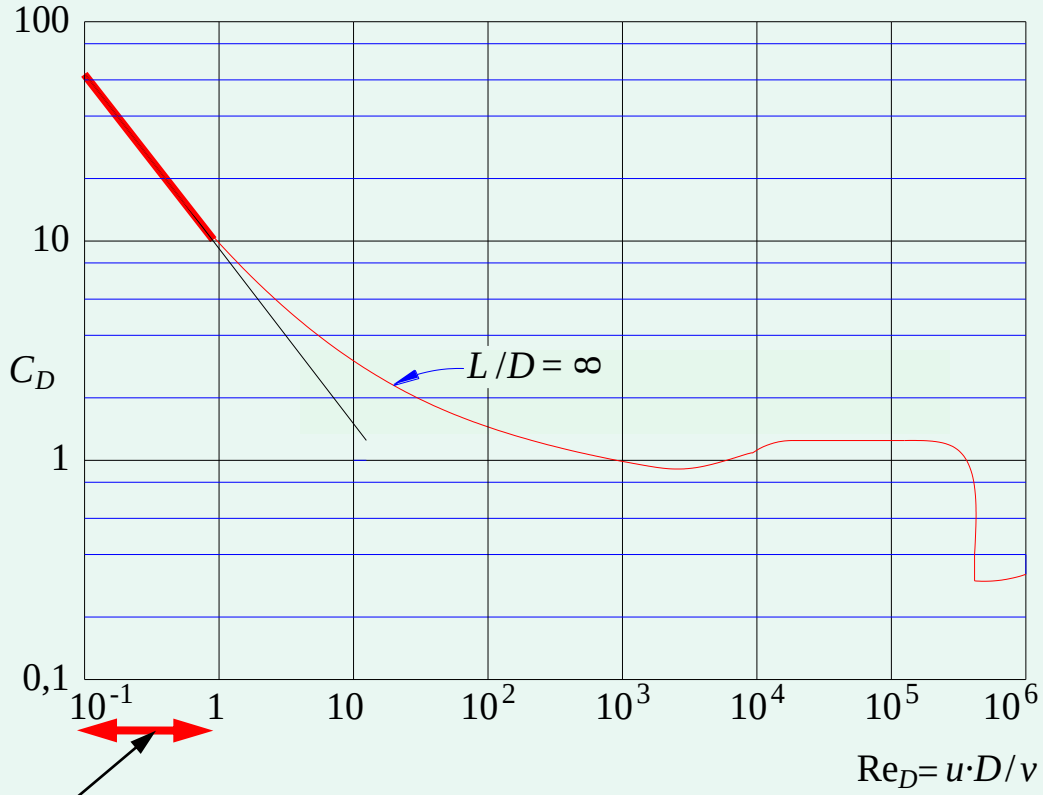
En cuerpos romos (esferas, cilindros, coches, misiles, proyectiles, torpedos), la ***resistencia de forma*** es predominante, y el área ***A*** a considerar en la ecuación anterior es el ***área frontal***

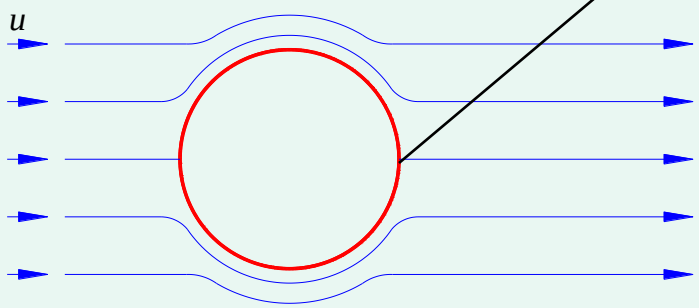
A modo de ejercicio, estudiemos un flujo perpendicular a sus generatrices.





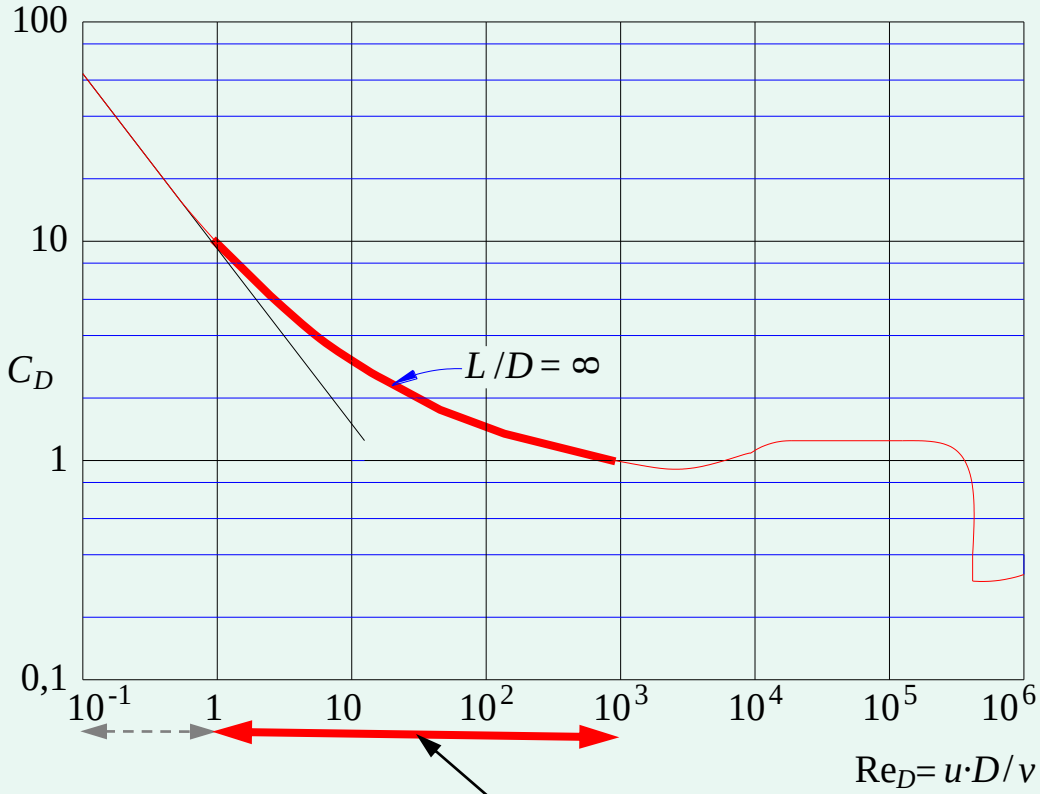
➢ Cuando $Re_D < 1$, el flujo envuelve al cilindro sin que la capa límite se separe.

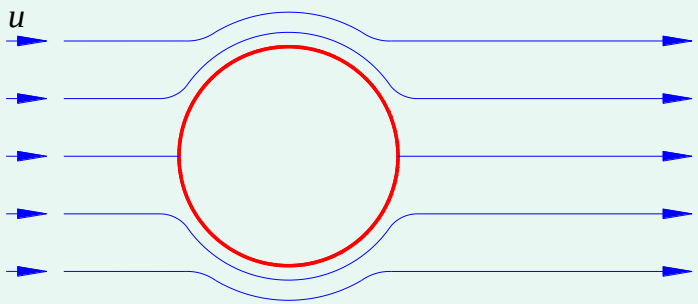




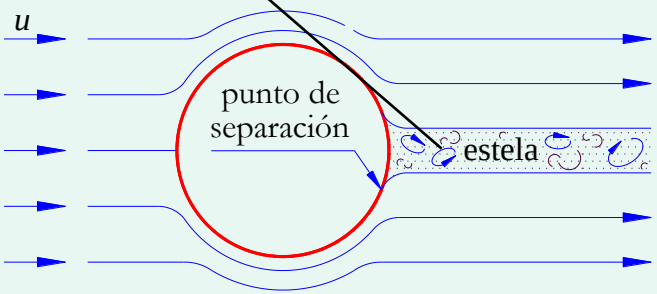
$Re_D < 1$

- Entre $Re_D = 1$ y $Re_D = 1000$, el punto de separación se va adelantando, hasta alcanzar una posición anterior a los 90º cuando $Re_D = 1000$.



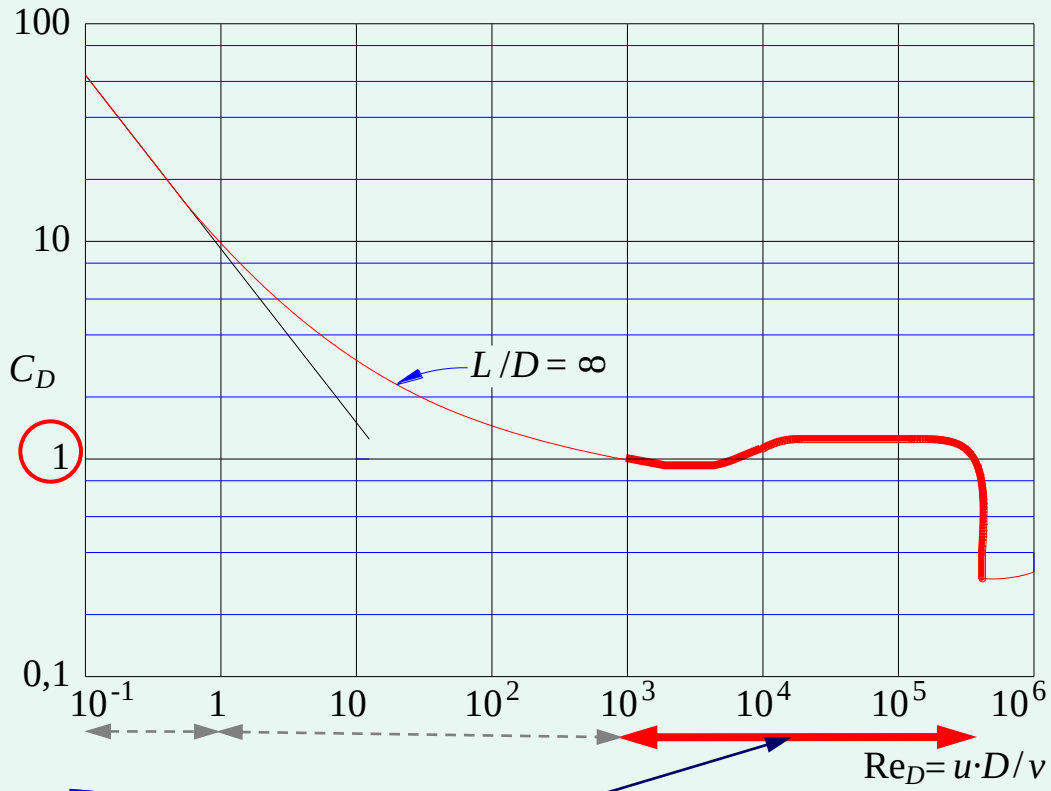


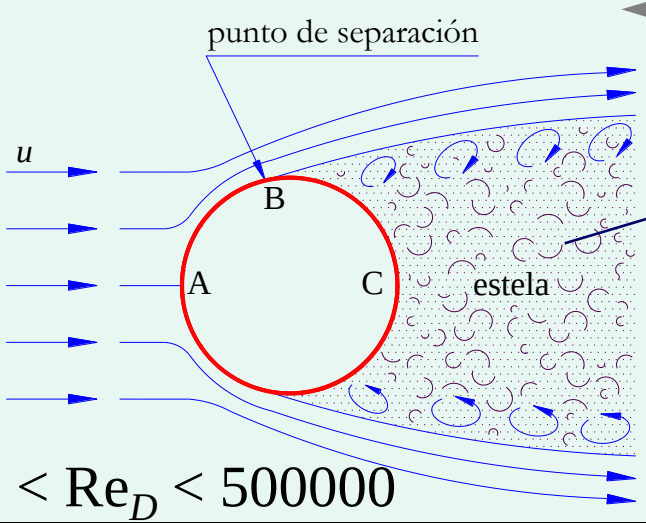
$Re_D < 1$



$1 < Re_D < 1000$

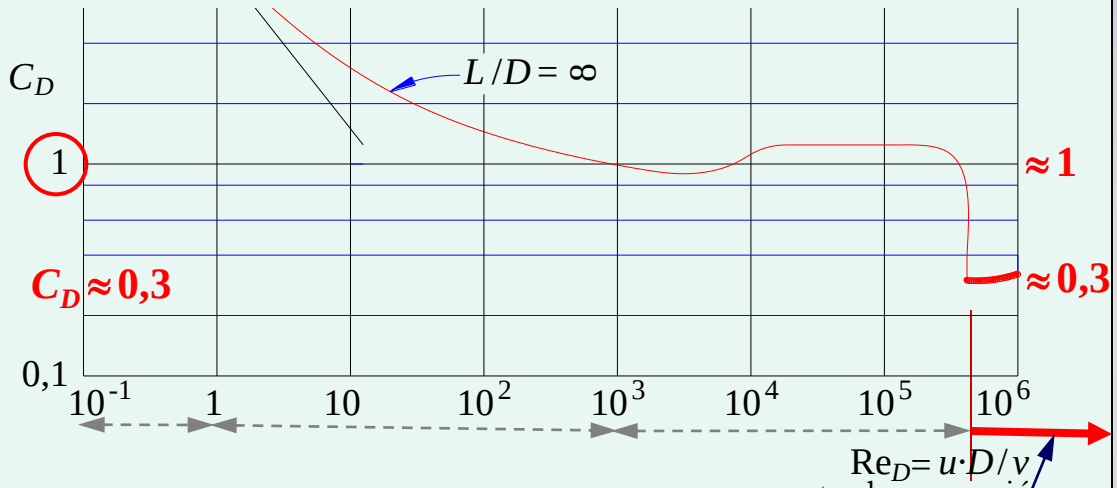
➢ Entre $Re_D = 1000$ y $Re_D = 500000$, la gran ***estela*** formada se mantiene casi sin variar, e igual le ocurre a $\boldsymbol{C_D}$ ($\boldsymbol{C_D \approx 1}$).

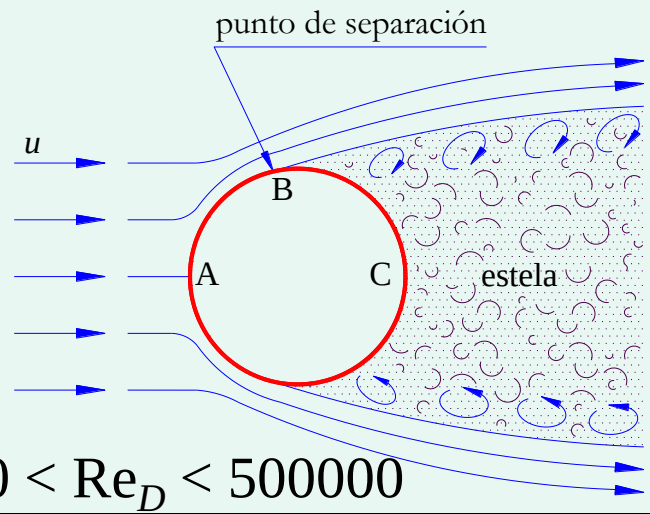




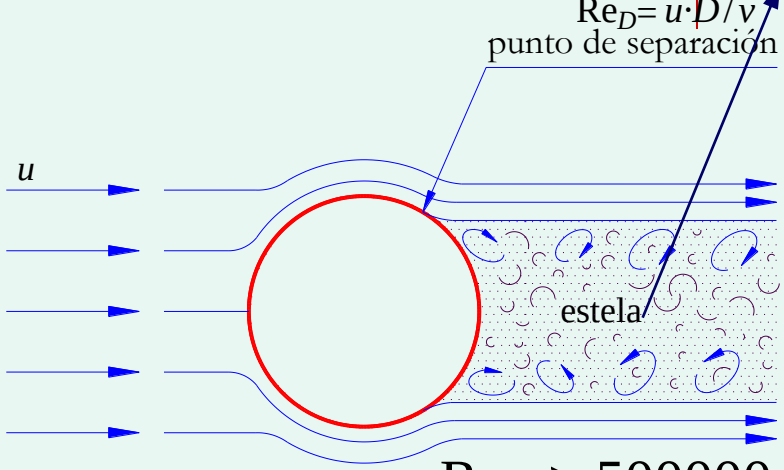
$1000 < Re_D < 500000$

➢ Entre $Re_D = 1000$ y $Re_D = 500000$, la ***capa límite*** en AB ha sido ***laminar***; pero x_c va disminuyendo, hasta que $x_c = AB$ cuando $Re_D = 500000$. El esfuerzo cortante τ_o aumenta en B, tarda más en anularse y **el *punto de separa-ción*** ($\tau_o = 0$) se tras-lada hacia atrás: C_D se reduce de $C_D \approx 1$ a $C_D \approx 0{,}3$.



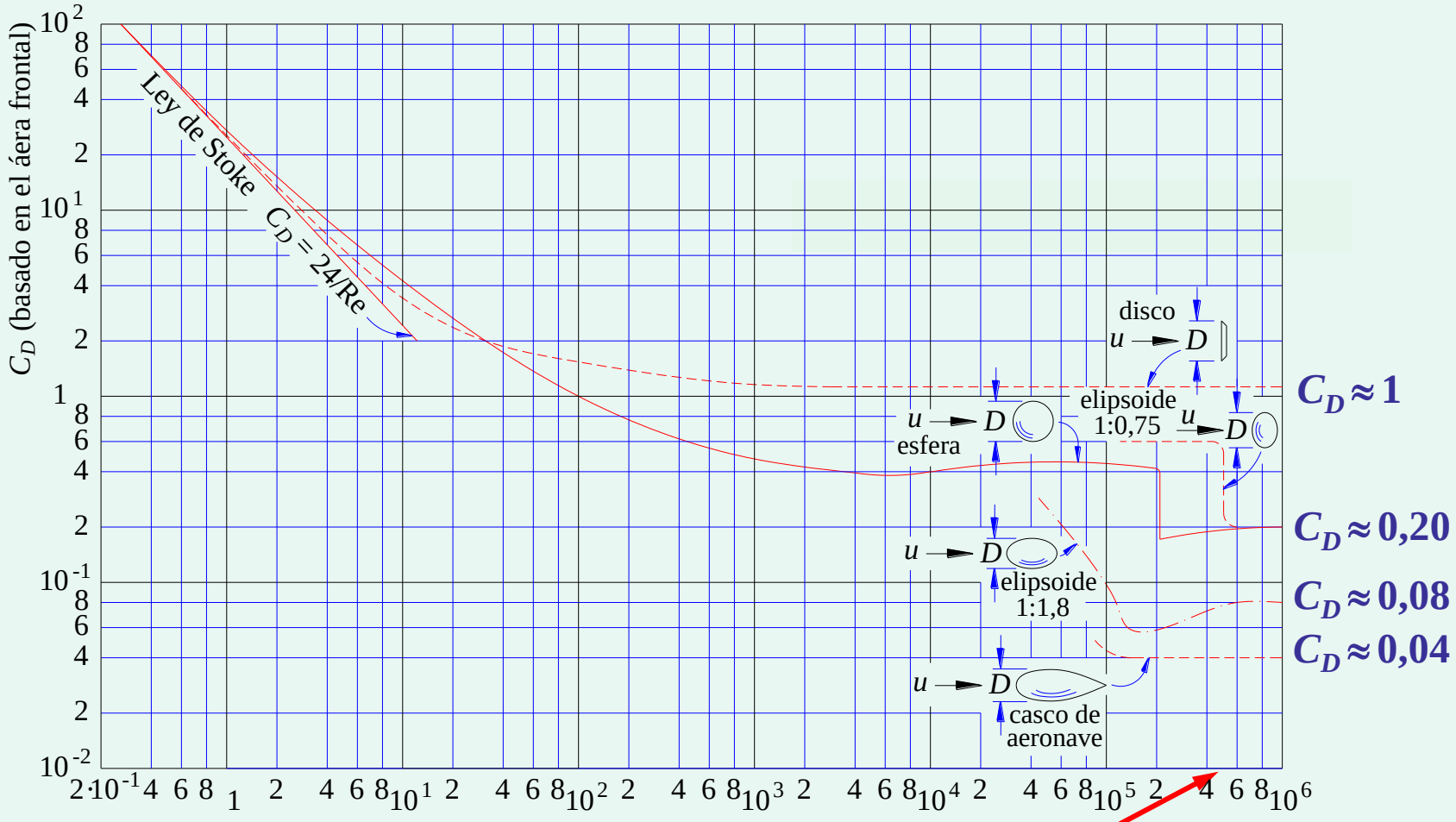


$1000 < Re_D < 500000$



$Re_D > 500000$

DIAGRAMA IV



En casi todos los casos, $Re_D > 5 \cdot 10^5$

Cuerpos bidimensionales (Re>10^5)

forma	C_D basado en el área forntal
Placa:	
	2,0
Cilindro de sección cuadrada:	
	2,1
	1,6
Semitubo:	
	1,2
	2,3
Semicilindro:	
	1,2
	1,7
Triángulo equilátero:	
	1,6
	2,0

Cilindro elíptico:	laminar	turbulento
1:1	1,2	0,3
2:1	0,6	0,2
4:1	0,35	0,15
8:1	0,25	0,1

Cuerpos tridimensionales (Re>10^5)

cuerpo	C_D basado en el área forntal
Cubo:	
	1,07
	0,81
Cono de 60º:	
	0,5
Disco:	
	1,17
Copa:	
	1,4
	0,4
Paracaidas (baja porosidad):	
	1,2

Placa rectangular:

relación b/h	
1	1,18
5	1,2
10	1,3
20	1,5
∞	2,0

Cilindro de sección lenticular:

relación L/d	
0,5	1,15
1	0,9
2	0,85
4	0,87
8	0,99

Elipsoide:

relación L/d	laminar	turbulento
0,75	0,5	0,2
1	0,47	0,2
2	0,27	0,13
4	0,25	0,1
8	0,2	0,08

cuerpo
C_D basado en el área frontal
Cubo:
1,07
0,81
Cono de 60°:
0,5
Disco:
1,17
Copa:
1,4
Semiesfera:
Placa rectangular:
relación 1:5
1,6

EJERCICIO

C_D = 0,3 en los coches actuales (antiguamente podía valer 0,9). Si el área frontal es A = 2 m^2, determínese la resistencia al aire y la potencia consumida cuando circula a la velocidad,

a) u = 60 km/h

b) u = 120 km/h

c) u = 150 km/h.

Solución

Viscosidad y densidad del aire (tabla 5)

$$\nu = 1{,}46 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{m}^2/\mathrm{s}$$

$$\rho = 1{,}225\ \mathrm{kg}/\mathrm{m}^3$$

Resistencia

$$F_D = C_D \cdot A \cdot \rho \cdot \frac{u^2}{2} = 0{,}3 \cdot 2 \cdot 1{,}225 \cdot \frac{u^2}{2} =$$

$$= 0{,}3675 \cdot u^2$$

a) $F_D = 0{,}3675 \cdot (60/3{,}6)^2 = 102\ \mathrm{N}$

b) $F_D = 0{,}3675 \cdot (120/3{,}6)^2 = 408\ \mathrm{N}$

c) $F_D = 0{,}3675 \cdot (150/3{,}6)^2 = 638\ \mathrm{N}$

Potencia consumida

$$P = F_D \cdot u = 0{,}3675 \cdot u^3$$

a) $P = 0{,}3675 \cdot (60/3{,}6)^3 = 1700\ \mathrm{W} = 1{,}7\ \mathrm{kW}$

b) $P = 0{,}3675 \cdot (120/3{,}6)^3 = 13600\ \mathrm{W} = 13{,}6\ \mathrm{kW}$

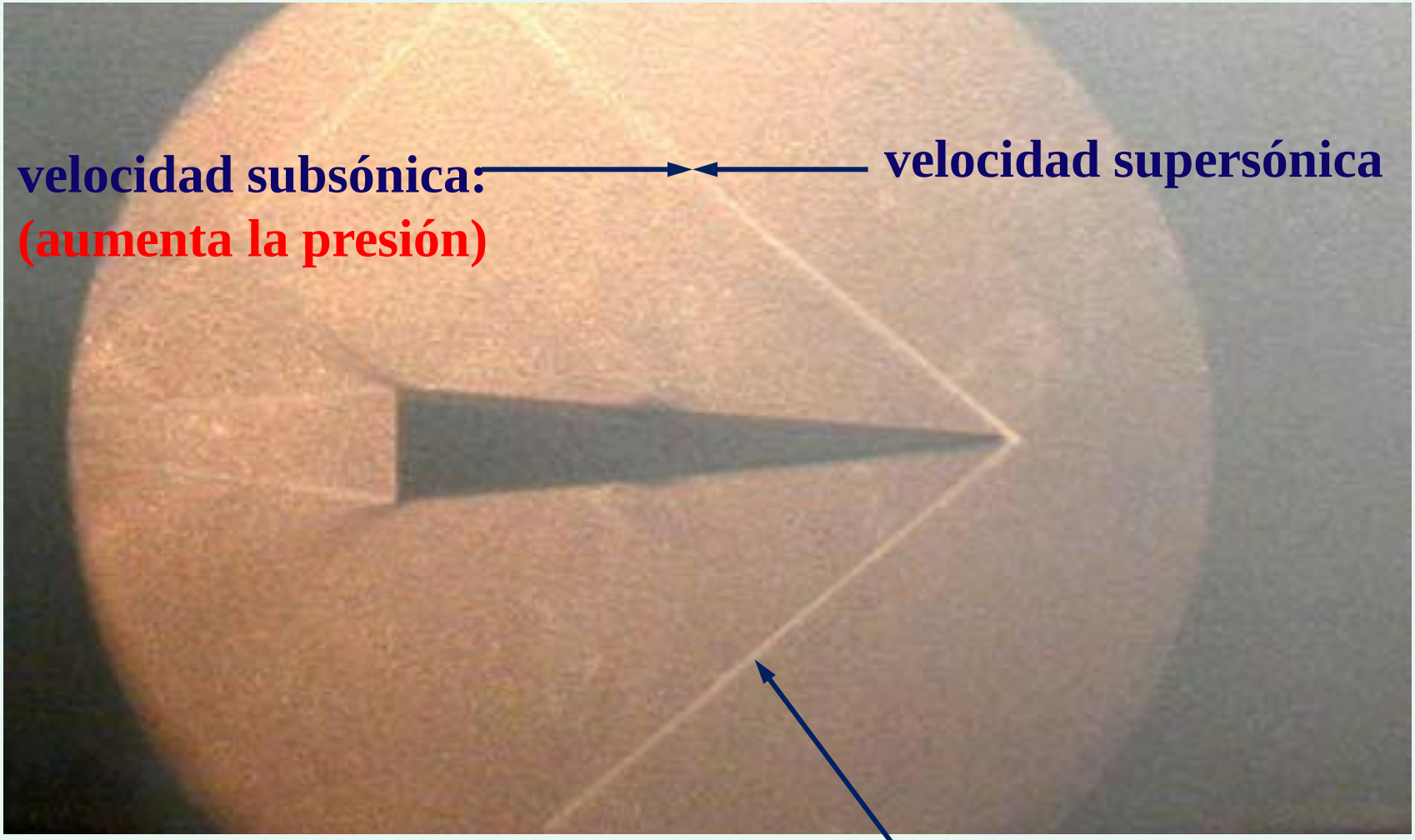
c) $P = 0{,}3675 \cdot (150/3{,}6)^3 = 26600\ \mathrm{W} = 26{,}6\ \mathrm{kW}$

Resistencia con velocidades supersónicas

Las perturbaciones originadas por un cuerpo que se mueve en el seno de un fluido se propagan a la velocidad del sonido del medio en cuestión. Cuando la velocidad es inferior a la del sonido, las señales van por delante avisando que hay que abrir paso al cuerpo que se avecina. En cambio, cuando la velocidad es supersónica el cuerpo se echa encima sin previo aviso, creando un frente cónico de presión, llamado ***onda de choque***.

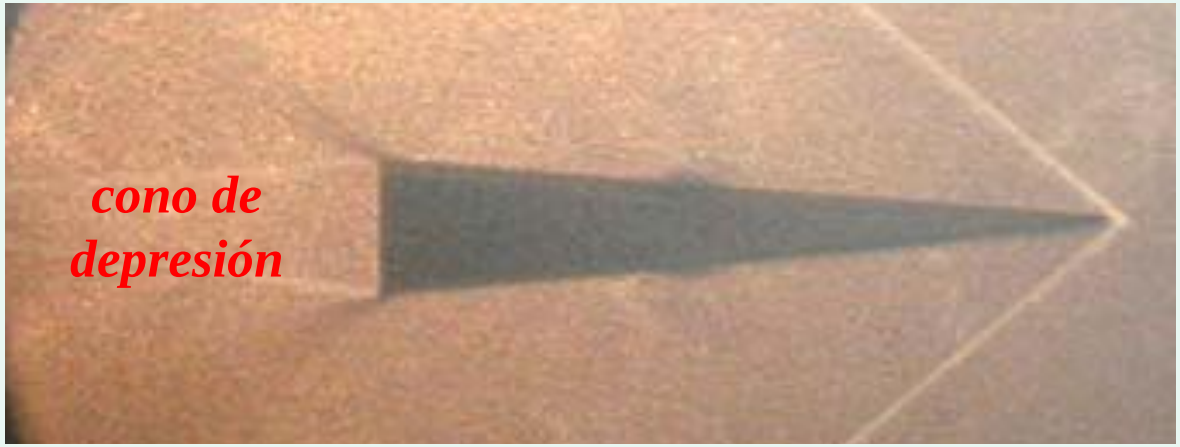
Cuanto más puntiagudo sea el cuerpo por delante, mejor se "clavará" en el fluido y más agudo y pequeño será el cono de fluido ***comprimido*** que se forma.

Resistencia con velocidades supersónicas



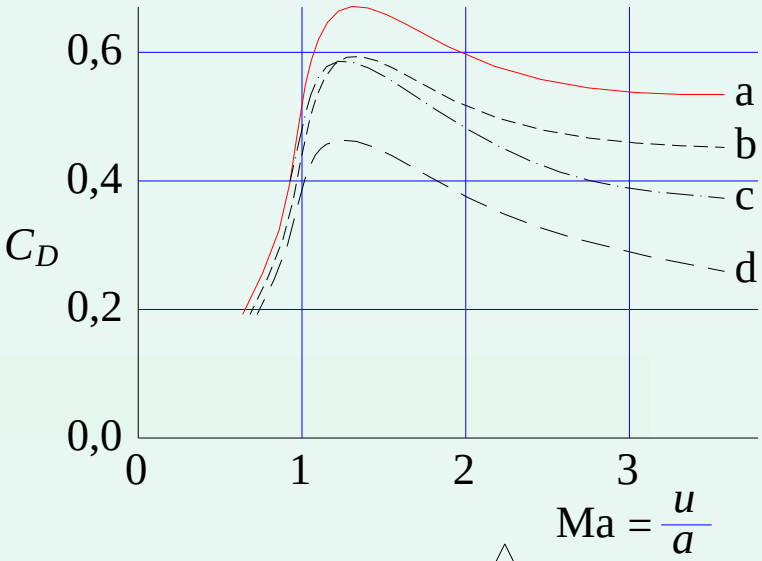
Las fuerzas elásticas que comprimen el gas dentro del cono aumentan considerablemente la resistencia.

Detrás del cuerpo aparece un cono de depresión, que viene a aumentar más dicha resistencia; la presión allí puede llegar a ser casi nula a partir de un cierto número de Mach, **Ma ≈ 3,5**.



El adimensional C_D sólo depende del número de Mach:

$$C_D = C_D(\mathrm{Ma})$$

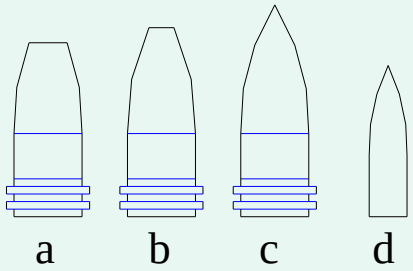


Su valor puede resultar unas 10 veces mayor que con velocidades subsónicas: entonces teníamos,

$$C_D \approx 0{,}04$$

y ahora,

$$C_D \approx 0{,}4$$



A partir de $\mathrm{Ma} \approx 0{,}7$ comienzan ya a intervenir las ***fuerzas de compresibilidad*** en puntos en los que la velocidad es supersónica (zona transónica), hasta llegar a todos cuando **Ma = 1**: C_D aumenta bruscamente; luego, va disminuyendo hasta alcanzar un valor constante cuando $\mathrm{Ma} \approx 3{,}5$.

BRITISH AIRWAYS